令和6年度

第1種

理 論

(第1時限目)



論

答案用紙記入上の注意事項等

1. マークシート(答案用紙)は機械で読み取りますので,濃度HBの鉛筆又はH Bの芯を用いたシャープペンシルで濃く塗りつぶしてください。

色鉛筆やボールペンでは機械で読み取ることができません。

なお,訂正は「プラスチック消しゴム」で**きれいに消し**,消しくずを残さ ないでください。

2. マークシートには、カナ氏名、受験番号、試験地が印字されています。受験票 と照合の上、氏名、生年月日を記入してください。



3. マークシートの余白及び裏面には、何も記入しないでください。

4. マークシートは、折り曲げたり汚したりしないでください。

5. 解答は、マークシートの問番号に対応した解答欄にマークしてください。

例えば,問1の(1)と表示のある問に対して(イ)と解答する場合は,下の 例のように問1の(1)の(1)をマークします。

なお、マークは各小問につき一つだけです。二つ以上マークした場合には、採 点されません。

(マークシートへの解答記入例)



- 6. 問6と問7は選択問題です。どちらか1問を選択してください。選択問題は両 方解答すると採点されません。
- 7. 問題文で単位を付す場合は、次のとおり表記します。
 - ① 数字と組み合わせる場合

(例: 350 W f = 50 Hz 670 kV·A)

② 数字以外と組み合わせる場合

(例: I[A] 抵抗 $R[\Omega]$ 面積は $S[m^2]$)

(この問題は持ち帰ってください。また, 白紙部分はメモ用紙として使用できます。)

次ページ以降は試験問題になっていますので、試験開始の

合図があるまで、開いてはいけません。

試験問題に関する質問にはお答えできません。





A問題(配点は1問題当たり小問各2点,計10点)

問1 次の文章は,三つの同心導体球殻A,B,C上の電荷と電位に関する記述であ る。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図のように、球殻 A, B, C は同心となるように真空中(誘電率 ε_0)に置かれている。それぞれの半径はa, b, c であり、球殻の厚さは無視できる。また、各球殻の初期電荷は零である。球殻 B 及び C には穴が開けられて導線が引き出されており、スイッチ S₁を閉じることで球殻 A を接地できる。また、スイッチ S₂を閉じることで球殻 C を接地できる。穴は十分小さく、かつ導線及びスイッチは周りの空間と絶縁されており、その影響は無視できる。

 S_1 及び S_2 が共に開いている状態で、球殻 B に電荷 Q を与える場合、無限遠を接 地電位(零)としたときの球殻 A の電位は (1) となる。

 S_1 のみを閉じている状態で, 球殻 B に電荷 Q を与える場合, 球殻 A に電荷 (2) が生じ, 無限遠を接地電位(零)としたときの球殻 B の電位は (3) と なる。これより, 球殻 B の対地静電容量を (4) と求めることができる。

 $S_1 \ge S_2$ を共に閉じている状態で球殻 B に電荷 Q を与える場合, 球殻 C の電荷 は (5) となる。



[問1の解答群]

$$(\uparrow) Q \qquad (!) -Q \qquad (!) 0$$

$$(z) \quad -\frac{(c-b)a}{(c-a)b}Q \qquad \qquad (\dagger) \quad \frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \qquad \qquad (\land) \quad -\frac{(b-a)c}{(c-a)b}Q$$

$$(\clubsuit) \quad 4\pi\varepsilon_0 b \qquad \qquad (\clubsuit) \quad \frac{(c-b)Q}{4\pi\varepsilon_0 bc} \qquad \qquad (\Downarrow) \quad \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

$$(\vec{x}) \quad \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a} \qquad \qquad (h) \quad \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} \qquad \qquad (\vec{7}) \quad -\frac{a}{b}Q$$

(7)
$$\frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$$
 (1) $-\frac{(b-a)b}{(c-a)c}Q$ (3) $\frac{4\pi\varepsilon_0 b^2}{b-a}$

問2 次の文章は、円形コイルの作る磁界に関する記述である。文中の に当 てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

真空中において半径 R で一巻きの円形コイルに電流 I が流れている。図1のよう に x 軸の原点 O に円形コイルの中心があり、 x 軸上に正の向きの磁束を生じるよう に置かれているときの x 軸上の磁束密度の大きさ B(x)は、ビオ・サバールの法則 により次のように求められる。ただし、 μ_0 は真空中の透磁率である。

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2 \left(x^2 + R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

次に、この円形コイル二つを図 2 のように原点 O に対称に距離 R だけ離して置く。このコイルをヘルムホルツコイル (Helmholtz coil) という。ここで、ヘルムホルツコイルのx 軸上の磁束密度の大きさ $B_{\rm H}(x)$ について考察する。

 $B_{\mathrm{H}}(x) \delta B(x)$ で表すと, (1) である。

ここで, $B_{\rm H}(x)$ を次のようにマクローリン展開することを考える。ただし, $B_{\rm H}^{(n)}(x)$ は $B_{\rm H}(x)$ のn階微分を表す。

$$B_{\rm H}(x) = B_{\rm H}(0) + B_{\rm H}'(0)x + \frac{B_{\rm H}''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{B_{\rm H}^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

まず, $x \circ 2 乗 o$ 項を取り出して考えると, $B_{\text{H}}''(0) =$ (2) である。

$$\left(関数f(x) = \frac{1}{\left(x^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}} \text{について, } f''(x) = \frac{12x^2 - 3a^2}{\left(x^2 + a^2\right)^{\frac{7}{2}}} \text{である}_{\circ} \right)$$

一方, B(x)はB(-x) = B(x)が成り立つため, 偶関数である。したがって, $B_{\rm H}(x)$ は (3) である。このため, xの奇数乗の項は全てゼロとなる。

これまでの考察で、マクローリン展開した項のうち、定数項を除き、xの (4) の項までがゼロになることが分かった。このことから、ヘルムホルツコイルを用い ると原点近傍で (5) 磁界が得られることが分かる。





問3 次の文章は,直流回路の消費電力に関する記述である。文中の に当ては まる最も適切なものを解答群の中から選べ。

電圧 E_1 , E_2 の直流電圧源及び抵抗 R_1 , R_2 , R_3 で構成される回路における R_3 の消費電力 Pを求めたい。図中の端子 A-B 間の電圧を Vとすれば, $P = \frac{V^2}{R_3}$ なの

で,まずは Vを求めてみる。

最初に、図の電圧源を短絡除去した回路を考えて、端子 A-B 間から見た回路全体のコンダクタンスを求めると (1) となる。次に、図の端子 A-B 間を短絡した回路を考えて、端子 B から R_1 及び R_2 を介して端子 A に流れる電流を求めると (2) となる。ここで、上記のように求めたコンダクタンス及び電流を用いて次式のように V を求めることができる。



このように,直列接続された電圧源と抵抗が複数並列接続された回路の電圧を求める定理は (3) の定理と呼ばれる。

次に, Pが最大になるような R_3 の値を求めてみる。消費電力が最大になるのは, 図の電圧源を短絡除去した回路を考えて,端子 A-B から見た左側の合成抵抗が R_3 と等しい場合である。したがって, $R_3 =$ (4) を満足するとき,最大電力が (5) となる。



[問3の解答群]

- $(\vec{\lambda}) \quad R_1 E_1 + R_2 E_2 \qquad \qquad (\vec{\nu}) \quad R_1 + R_2 \qquad \qquad (\vec{\gamma}) \quad R_1 + R_2 + R_3$

$$\begin{array}{ccc} (\ensuremath{\mathbb{I}}) & \displaystyle \frac{\left(R_2 E_1 + R_1 E_2 \right)^2}{2 R_1 R_2 \left(R_1 + R_2 \right)} & \qquad (\ensuremath{\mathbb{I}}) & \displaystyle \frac{\left(R_2 E_1 + R_1 E_2 \right)^2}{4 R_1 R_2 \left(R_1 + R_2 \right)} & \qquad (\ensuremath{\mathbb{I}}) & \displaystyle \frac{R_2 E_1 + R_1 E_2}{4 R_1 R_2 \left(R_1 + R_2 \right)} \\ \end{array}$$

問4 次の文章は、電気回路の過渡現象に関する記述である。文中の に当て はまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図の回路は、電圧 V の直流電圧源、スイッチ S,抵抗 R 及びインダクタンス L の インダクタから構成されており、二つのインダクタ間には相互誘導はないものとす る。

時刻 t < 0 ではスイッチS は閉じており、回路は定常状態にある。t = 0 でスイッチS を開くこととする。 $t \ge 0$ における回路の電流をi(t)とすれば、 $t \ge 0$ において 次式の回路方程式が成り立つ。

スイッチ S を開く直前と直後において二つのインダクタによる磁束の和は不変 であるので、スイッチ S を開いた直後の電流を*i*(0)とすれば、スイッチ S を開く 直前と直後における二つのインダクタによる磁束に関して次式が成り立つ。

(2) = 2Li(0)

また、①式の回路方程式の定常解を $i_{\rm S}(t)$ 、過渡解を $i_{\rm T}(t)$ とすれば、K を任意 定数として、

$\dot{i}_{\rm S}(t) =$	(3)
$\dot{i}_{\mathrm{T}}(t) =$	(4)

となる。

回路方程式の定常解 $i_{\rm S}(t)$ と過渡解 $i_{\rm T}(t)$,及びスイッチSを開いた直後の電流 i(0)の条件より, $t \ge 0$ におけるi(t)は次式となる。

i(t) = (5)



[間4の解答群]

- (4) $\frac{2LV}{R}$ (p) $\frac{V}{2R} + \frac{V}{R} e^{-\frac{2R}{L}t}$ (r) $\frac{V}{R} \frac{V}{2R} e^{-\frac{R}{2L}t}$
- (=) $L \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + 2Ri(t)$ (\$\pi) $\frac{2V}{R}$ (\$\circ) $\frac{V}{R}$
- (b) $Ke^{-\frac{R}{2L}t}$ (f) $Ke^{-\frac{R}{L}t}$ (l) $\frac{3LV}{R}$
- $(\vec{x}) \quad L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) \qquad \qquad (\psi) \quad 2L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) \qquad \qquad (\vec{7}) \quad \frac{V}{R} + \frac{V}{2R} \,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$
- (7) $Ke^{-\frac{2R}{L}t}$ (\hbar) $\frac{V}{2R}$ (3) $\frac{LV}{R}$

問5 次の文章は、図の三相交流回路に関する記述である。負荷や再生可能エネル ギー電源などに設置された電力変換器から高調波電流が発生すると電圧ひずみが 発生する。二次系統など中性点の接地された回路でこの電圧ひずみを計算したい。 基本波の角周波数をωとして、文中の に当てはまる最も適切なものを解答 群の中から選べ。



図のように、対称三相交流電圧源 \dot{E}_{a} , \dot{E}_{b} , \dot{E}_{c} (相順 abc)が、抵抗Rから構成される (1) 結線された負荷と三相電流源に長距離電線により接続されている。長距離電線はインダクタンスLで表せるとする。電流源の電流は瞬時値形式で以下のように書け、高調波の発生源であることを表している($\omega T=2\pi$)。

$$\begin{cases} i_{a}(t) = \sqrt{2}I_{3}\sin 3\omega t + \sqrt{2}I_{5}\sin 5\omega t \\ i_{b}(t) = \sqrt{2}I_{3}\sin 3\omega \left(t - \frac{T}{3}\right) + \sqrt{2}I_{5}\sin 5\omega \left(t - \frac{T}{3}\right) = \sqrt{2}I_{3}\sin 3\omega t + \sqrt{2}I_{5}\sin \left(5\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \\ i_{c}(t) = \sqrt{2}I_{3}\sin 3\omega \left(t + \frac{T}{3}\right) + \sqrt{2}I_{5}\sin 5\omega \left(t + \frac{T}{3}\right) = \sqrt{2}I_{3}\sin 3\omega t + \sqrt{2}I_{5}\sin \left(5\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \end{cases}$$

図の回路は全て線形な要素から構成されており、重ね合わせの理が成り立つ。 よって、(2)が全て開放され電圧源のみがある回路 A と、電圧源が全て (3)され電流源のみがある回路 B の状態を独立に計算した後で重ね合わせれ ば回路の状態を知ることができる。回路 A には高調波は含まれないので、以下回路 B のみを考える。 回路 B の計算では 3 次と 5 次の高調波が生じるが,次数によってインピーダン ス等も異なるので次数ごとに取り扱う。5 次の高調波電流三相分の和は (4) で あり (5) には流れないため電圧源と負荷にインピーダンスに従って分流する。 よって電圧源側へ戻る 5 次電流成分の大きさ(実効値)は (6) であり,これによ り生じる高調波発生源の対地電圧の 5 次成分の大きさ(実効値)は (7) である。 一方,3 次の高調波電流は中性点 N_2 の接地線に流れるが, (1) 結線である 負荷側には流れない。電圧源側へ戻る 3 次電流成分の大きさ(実効値)は (8), 電圧源の中性点から接地抵抗 R_g を経て大地へ流れる 3 次電流成分の大きさ(実効値)は (9) であるから高調波発生源の対地電圧の 3 次成分の大きさ(実効値)は (10) である。

[間5の解答群]

(1)	負荷	(¤)	インダクタンスL	(ハ)	中性点 N2の接地線
(=)	短絡	(赤)	Δ	(^)	Y
(ト)	電流源	(Ŧ)	3 <i>I</i> ₃	(リ)	I_3
(ヌ)	遮断	(ル)	一相分の三倍	(ヲ)	0
(ワ)	$3I_3\sqrt{R_g^2+\omega^2L^2}$	(カ)	$\frac{225\omega^2L^2I_5}{\sqrt{R^2+225\omega^2L^2}}$	(E)	$\frac{5\omega LRI_5}{\sqrt{R^2 + 225\omega^2 L^2}}$
(タ)	$\frac{27\omega LI_3}{\sqrt{R^2+81\omega^2L^2}}$	(レ)	$\frac{15\omega LI_5}{\sqrt{R^2+225\omega^2L^2}}$	())	$\frac{9\omega LI_3}{\sqrt{R^2+81\omega^2L^2}}$

(*)
$$\frac{RI_5}{\sqrt{R^2 + 225\omega^2 L^2}}$$
 (*) $27\omega LI_3$

問6及び問7は選択問題であり、問6又は問7のどちらかを選んで解答すること。 両方解答すると採点されません。

(選択問題)

問6 次の文章は、円電流が作る磁界中を通過する電子の運動に関する記述である。 文中の _____ に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。なお、電子の 質量を*m*、電荷量を−*e*(*e*>0)とし、電子の質量の変化は無視する。

図1のように、原点を中心とする半径 aの円があり、その円周上に、図に示す方向に一定の電流 I(>0)が流れている。円筒座標系の点 (r, θ, z) における、円電流 I が作る磁束密度ベクトル B を、 $B=(B_r, B_\theta, B_z)$ のように表す。

一つの電子が z 軸上を, z 軸の正の領域から速度 v_{z0} (<0) で z 軸の負の方向に運動している状況を考える。円電流I が作る磁束密度は, z 軸上では対称性から, z 軸方向の成分 B_z 以外は 0 であり,電子が磁界から受けるローレンツ力の大きさは

(1) である。

次に、図2のように、電子がz軸と平行で距離 r_0 (0 < $r_0 \ll a$)だけ離れた軸上を運動する場合を考える。電子の速度のz方向成分を v_{z0} (<0)、その他の方向の速度成分は0とする。 $r_0 \neq 0$ の場合には、 B_r は0ではなく、電子の速さ $|v_{z0}|$ が極めて高速であれば、電子はごく短い時間 Δt でのみ磁界から力を受けると近似できる。 B_r によって電子が受けるローレンツカ F_1 は、図2に示すような半径 r_0 の円の接線に沿って θ が増加する方向(θ +方向と定義する)を正にとると、符号も含めて $F_1 =$ (2) と表される。その結果、 θ +方向に速度 v_{θ} (>0)が生じる。ニュートンの第2法則より、 v_{θ} の運動方程式は近似的に次のように表される。ただし v_{θ} の大きさは

十分小さく, $|v_{z0}| \gg |v_{\theta}|$ とする。

 $F_1 i z > 0$ の限られた微小区間 Δz でのみ作用すると近似すると、力が作用する微 小時間 $\Delta t \left(= \frac{\Delta z}{|v_{z0}|} \right)$ を用いて、 v_{θ} は①式より、 $v_{\theta} = \frac{F_1}{m} \Delta t$ と表される。

さらに、 $v_{\theta} \ge B_z$ により、電子はローレンツ力 F_2 を受ける。動径方向に沿ってrが大きくなる方向を正に取り、符号を含めて F_2 を式で表すと、 $F_2 =$ (3) と表される。本問の状況では、 F_2 の符号は負であることから、結果的に電子はz軸に近づく方向に力を受ける。

ニュートンの第2法則より, 速度のr方向成分 v_r の運動方程式は近似的に次のように表される。ただし v_r の大きさは十分小さく, $|v_{z0}| \gg |v_r|$ とする。

 $m\frac{\mathrm{d}v_r}{\mathrm{d}t}=F_2\cdots$ F_2 も F_1 と同様に、力が作用する微小時間 $\Delta t \left(= \frac{\Delta z}{|v_o|} \right)$ を用いて、②式より、 $v_r =$ (4) $\cdot \Delta t$ と表される。力の作用後は動径方向に一定の速さ $|v_r|$ で z 軸に近づい ていくので、電子がz軸に交わるのは時間 $\frac{r_0}{|v_r|}$ 後である。したがって、力の作用後 から*z*軸に交わるまでに電子が*z*軸に沿って進む距離*f*は, $f = |v_{z0}| \times \frac{r_0}{|v_z|}$ と表され る。 r_0 が微小である場合には、kを比例定数として、 $B_r = kr_0B_z$ と表されることな どを用いると、f = (5)となり、 r_0 に依存しない式で表される。これは、円電 流による磁界が電子線の集束レンズとして機能することを意味し, f は焦点距離に 相当する。









[問6の解答群] $\begin{array}{cccc} (\uparrow) & -ev_{\theta}^{2}B_{z} & (\mathfrak{p}) & -ev_{z0}B_{r} & (\land) & -ev_{z0}B_{\theta} \\ (\uparrow) & \frac{mv_{z0}^{2}}{ek\Delta z^{2}B_{z}^{2}} & (\land) & -\frac{v_{z0}B_{z}}{e} & (\land) & \frac{F_{2}}{m} \end{array}$ $(=) -ev_{\theta}B_{z}^{2}$ $(\neq) -ev_{\theta}B^{2}$

 $(\texttt{I}) \quad -e \, v_{\theta} B_z \qquad \qquad (\texttt{I}) \quad \frac{F_1}{m} \qquad \qquad (\texttt{I}) \quad -e \, v_{z0} B_z$

$$\frac{F_2}{m} \qquad (f) \quad -ev_{z0}B_z$$

$$\frac{m^2 v_{z0}}{e^2 k \Delta z B_z^2}$$

2

(7)
$$\frac{eF_2}{m}$$
 (\hbar) $\frac{m^2 v_{z0}^2}{e^2 k \Delta z^2 B_z^2}$ (

問6及び問7は選択問題であり、問6又は問7のどちらかを選んで解答すること。 両方解答すると採点されません。

(選択問題)

問7 次の文章は、ソース接地増幅回路に関する記述である。文中の に当て はまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図 1 の静特性を有する MOSFET を用いて図 2 のソース接地増幅回路を構成する。ただし、MOSFET のドレイン電流は飽和領域ではドレイン・ソース間電圧 V_{DS}に依存しないとする。

まず、入力電圧 v_{in} を零としたときの回路の各部の直流の電圧及び電流(バイアス 電圧及び電流)を考える。MOSFET のゲート端子には電流は流れないから、入力電 圧 v_{in} が零のときのゲート・ソース間電圧 V_{GS0} は電源電圧 V_{DD} と R_1 と R_2 を用いた 文字式で $V_{GS0} =$ (1) と表すことができる。一方、MOSFET のドレイン電流 I_D は全て抵抗 R_L を流れるため、 I_D は、 R_L とドレイン・ソース間電圧 V_{DS} 及び V_{DD} を 用いて $I_D =$ (2) と表される。この関係を図 2 に示す素子値を用いて図 1 中に 描くと直線 *l* となる。無信号時のドレイン電流 I_{D0} を 2 mA とするために必要な V_{GS0} の値を図 1 の直線 *l* と MOSFET の静特性から読み取る。 V_{GS0} は (1) であるか ら、この V_{GS0} を得るためには R_2 を (3) Ω とすればよい。

次に R_2 を (3) Ωとした状態で微小な正弦波電圧 v_{in} を入力したときの出力 電圧を考える。ただし、 v_{in} の周波数において、各容量のインピーダンスは十分に 小さく、短絡と見なせるとする。入力電圧 v_{in} を加えると MOSFET のゲート・ソー ス間電圧 V_{GS} は V_{GS0} から $V_{GS0} + \Delta V_{GS} = V_{GS0} + v_{in}$ に変化する。このときドレイン電流 I_D は $I_{D0} + \Delta I_D$ に変化するとする。 ΔI_D は MOSFET のトランスコンダクタンスを g_m とすると、 $\Delta I_D = g_m v_{in}$ と近似できるが、MOSFET の動作点付近のトランスコン ダクタンス $g_m = \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}}$ は、図1より $g_m =$ (4) Sであることがわかる。一方、 I_D が $I_{D0} + \Delta I_D$ に増加したときの V_{DS} の変化量 ΔV_{DS} は ΔI_D を用いて (5) と表せ る。 ΔV_{DS} は v_{out} と等しいことから図 2 のソース接地増幅回路の電圧増幅度は $\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\Delta V_{DS}}{\Delta V_{GS}} =$ (6) 倍と求められる。

