

令和5年度第一種電気主任技術者二次試験 標準解答

配点：一題当たり 30 点

電力・管理科目 4 題×30 点＝120 点

機械・制御科目 2 題×30 点＝ 60 点

<電力・管理科目>

[問1の標準解答]

(1) 長所としては、同容量の発電機で固定子巻線を小形に製作することができるため、価格の低減や大容量化が可能となる。

短所としては、水質を保つための水処理装置や、水を固定子巻線に供給するためのポンプや配管などの設備が必要となる。

(2) 付属する機器は、貯水槽、ポンプ、イオン交換樹脂、導電率計、冷却器、圧力調整弁、温度調整弁、冷却水入口圧力計、冷却水入口温度計などがある。

制御の対象となる物理量は、冷却水導電率、冷却水温度、冷却水圧力などがある。

(3) 固定子巻線内の純水が沸騰し始めるまでの時間以内に、緊急的に出力を降下させるランバックを行う。それでも固定子巻線が許容温度以下にならない場合は、発電機をトリップさせる。若しくは、ランバックさせずに即時、発電機をトリップさせる場合もある。

ポンプの異常であって、予備がある場合はそちらに切り替える。

[問2の標準解答]

(1)

- ・都市部の地下や屋内変電所：不燃性であることから、防火対策(防火設備や防火区画)が簡略化・合理化できる。
- ・山岳地の水力発電所・変電所：油入変圧器の場合、漏油による河川汚染のリスクがあるが、それが回避できる。

(2)

- ・変圧器コンサベータや放圧装置が不要となるため、変圧器室の高さが低減でき建物建設コストの低減が図れる。
- ・GIS 等と直結し合理的な配置設計により建物面積の縮小化が可能となることから建物建設コストの低減が図れる。

(3)

- ・SF₆ガスは酸化劣化せず、吸湿呼吸器が不要なため、シリカゲル交換が不要となり、保守の省力化が可能となる。
- ・GIS 等と同様のガスシール構造を有し、技術蓄積による長期信頼性が期待でき、保守の省力化が可能となる。

(4) SF₆ガスは鉱油に比べ熱容量が小さいことから、以下に示す方法で冷却性能を向上させている。(以下の冷却性能向上方策から二つ記載されていればよい。)

- ・SF₆ガスの圧力を高めて、熱容量を増やす。
- ・高耐熱絶縁材料により巻線の温度上昇限度を高める。
- ・高ガス圧対応のガスブローにより大量のガスを流す。
- ・巻線内部のガス流路構成を解析により最適化し、大量のガスを均一に流す。

[問3の標準解答]

(1)

a)

送電端から流れ出す電流 \dot{I}_s は

$$\dot{I}_s = \frac{\dot{E}_s - \dot{E}_r}{Z} \dots\dots\dots \text{①}$$

…(答)

b)

送電端から流れ出す P_s , Q_s は \dot{E}_s , \dot{I}_s を用いて、

$$P_s + jQ_s = \dot{E}_s \bar{\dot{I}}_s = \dot{E}_s \frac{\bar{\dot{E}}_s - \bar{\dot{E}}_r}{Z} = \frac{E_s^2 - E_s e^{j\delta} E_r}{Z e^{-j\alpha}} = \frac{E_s^2}{Z} e^{j\alpha} - \frac{E_s E_r}{Z} e^{j(\delta+\alpha)}$$

$$= \frac{E_s^2}{Z} \cos\alpha - \frac{E_s E_r}{Z} \cos(\delta + \alpha) + j \left(\frac{E_s^2}{Z} \sin\alpha - \frac{E_s E_r}{Z} \sin(\delta + \alpha) \right) \dots\dots \text{②}$$

$$P_s = \frac{E_s^2}{Z} \cos \alpha - \frac{E_s E_r}{Z} \cos(\delta + \alpha) \dots\dots\dots \text{③}$$

$$Q_s = \frac{E_s^2}{Z} \sin \alpha - \frac{E_s E_r}{Z} \sin(\delta + \alpha) \dots\dots\dots \text{④}$$

c)

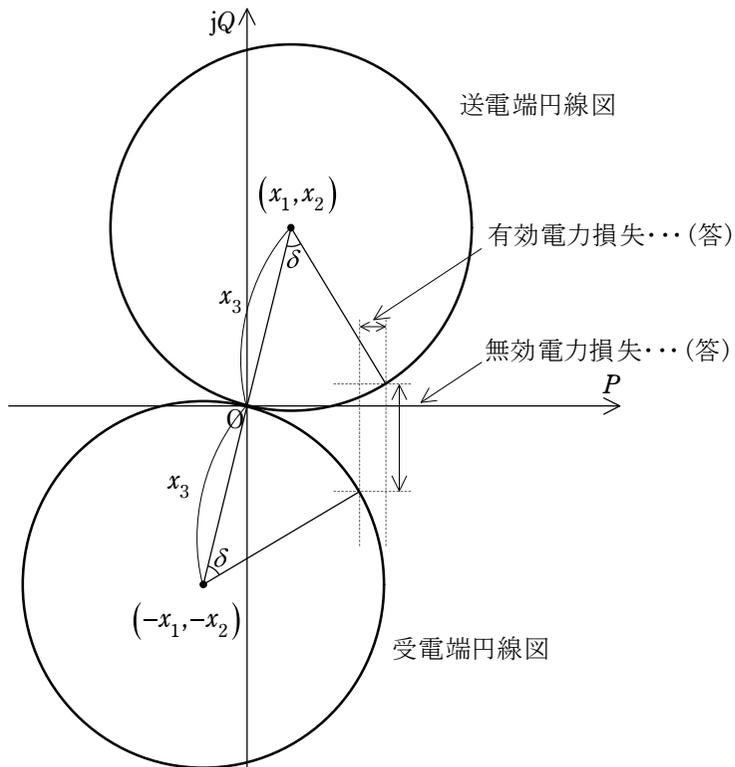
③, ④式より

$$\left(P_s - \frac{E_s^2}{Z} \cos \alpha \right)^2 + \left(Q_s - \frac{E_s^2}{Z} \sin \alpha \right)^2 = \left(\frac{E_s E_r}{Z} \right)^2 \dots\dots\dots \text{⑤}$$

$$x_1 = \frac{E_s^2}{Z} \cos \alpha, x_2 = \frac{E_s^2}{Z} \sin \alpha, x_3 = \frac{E_s E_r}{Z} \dots\dots\dots \text{⑥}$$

(2) 受電端に流れ込む有効電力 P_r , 無効電力 Q_r として, 受電端円線図の式を送電端円線図の式と同様に求めると以下となる。

$$\left(P_r + \frac{E_r^2}{Z} \cos \alpha \right)^2 + \left(Q_r + \frac{E_r^2}{Z} \sin \alpha \right)^2 = \left(\frac{E_s E_r}{Z} \right)^2$$



(3)

基準インピーダンス Z_N は、基準電圧 V_N 、基準容量 S_N として、

$$Z_N = \frac{V_N^2}{S_N} = 250 \Omega \text{ より,}$$

$$R = 0.02 \text{ p.u.}, \quad X = 0.08 \text{ p.u.} \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 0.082462 \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{Z} = 0.24254, \quad \sin \alpha = \frac{X}{Z} = 0.97014 \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

$E_s = E_r = 1.0$ 、及び⑦、⑧及び⑨式を⑥式に代入して、

送電端円線図の半径は 12.1、中心は(2.94, 11.8)・・・(答)

[問4の標準解答]

(1) 母線 s における bc 相短絡故障時の abc 変数の電圧・電流制約式は下記。

$$\dot{V}_{sb} = \dot{V}_{sc}, \quad \dot{I}_{sa} = 0, \quad \dot{I}_{sb} + \dot{I}_{sc} = 0$$

これを 012 変数で表すと,

$$\dot{V}_{s0} = 0, \quad \dot{V}_{s1} = \dot{V}_{s2}, \quad \dot{I}_{s0} = 0, \quad \dot{I}_{s1} + \dot{I}_{s2} = 0$$

したがって, 零相成分は出現しない。一方, 母線 s における正・逆相の故障基本式は下記。

$$\begin{cases} \dot{V}_{s1} = \dot{E}_s - \dot{Z}_{s1} \cdot \dot{I}_{s1} \\ \dot{V}_{s2} = -\dot{Z}_{s2} \cdot \dot{I}_{s2} \end{cases}$$

以上から正相分変数を取り出して,

$$\begin{aligned} \dot{I}_{s1} &= \frac{\dot{E}_s}{\dot{Z}_{s1} + \dot{Z}_{s2}} \\ &= \frac{\dot{E}_s}{2\dot{Z}_{s1}} \cdots (\text{答}) \quad (\because \text{題意より } \dot{Z}_{s2} = \dot{Z}_{s1}) \end{aligned}$$

(2) 母線 t の電圧 \dot{E}_t を求め, この \dot{E}_t と \dot{E}_0 の関係から短絡前の母線 s の電圧 \dot{E}_s を求める。

まず, 母線 t の $\sin \theta_t$ は, 母線 t-0 間のリアクタンスを X_{t0} とするとき,

$$P = \frac{E_t E_0 \sin \theta_t}{X_{t0}} \text{ から } 0.7 = \frac{1.10 \times 1.05 \sin \theta_t}{0.1 + \frac{0.6}{2}}$$

これから $\sin \theta_t = 0.24242 \rightarrow 0.242 \cdots (\text{答})$

これから $\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = 0.97017 \quad (\because \text{題意より } |\theta| < \frac{\pi}{2})$

すなわち, 母線 t の短絡前の電圧 \dot{E}_t は,

$$\dot{E}_t = 1.10(0.97017 + j0.24242) = 1.0672 + j0.26666$$

上から, 短絡前母線 s の電圧 \dot{E}_s は次式で求まる。

$$\begin{aligned} \dot{E}_s &= 0.75\dot{E}_t + 0.25\dot{E}_0 \\ &= 0.75 \times (1.0672 + j0.26666) + 0.25 \times (1.05 + j0) \\ &= 1.0629 + j0.2 \end{aligned}$$

【注： \dot{E}_s 値は、他の手順でも導出できる。例えば、母線 t-0 間の電流 $\dot{I}_{t0} = \frac{\dot{E}_t - \dot{E}_0}{j0.4}$

を求め、 $\dot{E}_s = \dot{E}_0 + j0.3\dot{I}_{t0}$ から導出できる。(これら 2 式をまとめて表現すると上式になる)】

上記 \dot{E}_s の絶対値を採って、

$$E_s = 1.0815 \rightarrow 1.08 \cdots (\text{答})$$

(3) 母線 s から右側インピーダンス \dot{Z}_{1R} と左側インピーダンス \dot{Z}_{1L} を計算し、これらの並列和として \dot{Z}_{s1} を求める。

まず、 \dot{Z}_{1R} は、

$$\dot{Z}_{1R} = \frac{j0.6}{2} = j0.3$$

また、 \dot{Z}_{1L} は、

$$\dot{Z}_{1L} = j0.1 + j\frac{0.32}{0.8} = j0.5$$

これらから \dot{Z}_{s1} は、

$$\dot{Z}_{s1} = \frac{\dot{Z}_{1R} \times \dot{Z}_{1L}}{\dot{Z}_{1R} + \dot{Z}_{1L}} = j0.1875 \rightarrow j0.188 \cdots (\text{答})$$

(4) 2 相短絡故障時の正相短絡電流の絶対値 I_{s1} は、小問(1)の式から、

$$I_{s1} = \left| \frac{\dot{E}_s}{2\dot{Z}_{s1}} \right| = \frac{1.0815}{2 \times 0.1875} = 2.884 \rightarrow 2.88 \cdots (\text{答})$$

また、このときの母線 s の正相電圧 \dot{V}_{s1} は、小問(1)の式から、

$$\dot{V}_{s1} = \dot{E}_s - \dot{Z}_{s1} \cdot \frac{\dot{E}_s}{2\dot{Z}_{s1}} = \frac{\dot{E}_s}{2}$$

これから、

$$V_{s1} = \frac{1.0815}{2} = 0.54075 \rightarrow 0.541 \cdots (\text{答})$$

【注：上記 \dot{V}_{s1} 値は、他の手順でも導出できる。単純には $\dot{V}_{s1} = \dot{E}_s - \dot{Z}_{s1} \cdot \dot{I}_{s1}$ の右辺に直接各値を代入する方法もあるし、また $\dot{V}_{s1} = \dot{Z}_{s1} \cdot \dot{I}_{s1}$ から求めることもできる。】

[問5の標準解答]

(1) $\frac{1}{\sqrt{r^2+x^2}}$ [p.u.]…(答)

(2) 位相の基準を連系点電圧 V に置き、 V に対する無限大母線電圧 V_S の位相角を θ [rad] とすると、 V_S を基準電圧とするので、 $v=1 \cdot e^{j\theta} + (r+jx)i$ が成り立つ。ここで i [p.u.] は、電線を無限大母線に向かって流れる電流の単位法表示である。一方、分散型電源の出力が $p+jq$ [p.u.] なので、 $p+jq=v \cdot \overline{i}$ となる。この2式から i を消去すると、

$$v^2 - (r+jx)(p-jq) = v \cdot e^{j\theta} \text{ が得られる。整理すると、}$$

$$v^2 - (rp+xq) + j(rq-xp) = v \cdot e^{j\theta}$$

$\theta \approx 0$ であるから、上式の実数部が等しいとしてよい。したがって、

$$v^2 - v - (rp+xq) = 0$$

この二次方程式を解き、正となる解を求めると、

$$v = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(rp+xq)}}{2} \text{ が得られる。}$$

ここで、 a が小さいときの近似式 $\sqrt{1+a} \approx 1+0.5a$ を適用すると、

$$v = \frac{1 + [1 + 2(rp+xq)]}{2} = 1 + rp + xq \text{ [p.u.] が得られる。}$$

(3) $r=0.05$, $x=0.1$ とすると、 $v=1+0.05 \times 1.4+0.1 \times 0=1.07$ p.u. となって 1.06 p.u. を超えるので、連系することはできない。

(4) $1.06 = 1 + 0.05p + 0.1 \times (-0.2)$

したがって、 $p = 1.60$ p.u.

16.0 MW…(答)

[問6の標準解答]

(1) 翼長の長い低圧タービン動翼に共振により振動が発生，又は補機の出力が低下して運転が停止する可能性がある。

(2)

a) 予想日負荷曲線を作成し，発電事業者等の発電計画により対処する。予想から外れた部分については，調整力である水力発電所又は火力発電所等に指令して発電量を調整する。

b) 系統周波数を計測して基準周波数からの偏差を検出し，調整力である水力発電所又は火力発電所等に，変動分に応じた出力調整を自動で指令して発電量を調整する。

c) 発電所の内，周波数が下がった場合に出力を上昇させ，周波数が上がった場合に出力を低下させるガバナフリー運転機能を有する発電機により発電量を調整する。

(3)

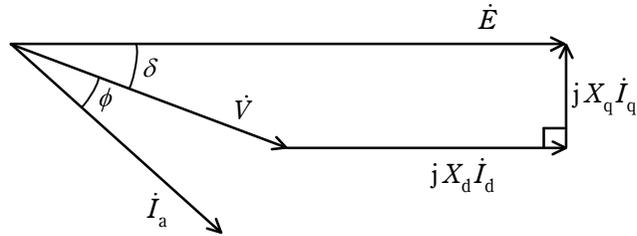
a) 交流の単独系統，又は連系している他の交流系統に比べて，系統容量が大きい系統に採用されている。

b) 周波数バイアス連系線電力制御方式 (TBC)

<機械・制御科目>

[問1の標準解答]

(1)



・・・ (答)

(2) 同期発電機の d 軸・q 軸の電圧 V_d 、 V_q と電流 I_d 、 I_q を用いれば、その三相での有効電力から次のように出力 P を表すことができる。

$$P = 3(V_d I_d + V_q I_q)$$

ここで V の d 軸成分 V_d 、q 軸成分 V_q を δ 、 V を用いてそれぞれ表すと、

$$V_d = V \sin \delta$$

$$V_q = V \cos \delta$$

また、フェーザ図より、

$$V_q + X_d I_d = E$$

$$V_d - X_q I_q = 0$$

電流 I_d 、 I_q について解くと、

$$I_d = \frac{1}{X_d}(E - V \cos \delta)$$

$$I_q = \frac{V}{X_q} \sin \delta$$

これらの電圧 V_d 、 V_q と電流 I_d 、 I_q から、

$$P = 3(V_d I_d + V_q I_q) = 3 \left[V \sin \delta \frac{1}{X_d}(E - V \cos \delta) + V \cos \delta \frac{V}{X_q} \sin \delta \right]$$

となり、同期発電機の出力は、

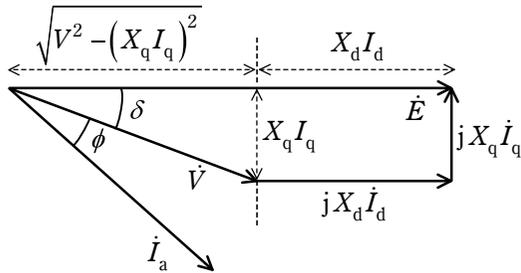
$$P = \frac{3VE}{X_d} \sin \delta + 3V^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin \delta \cos \delta \quad \dots \text{(答)}$$

$$\text{または, } P = \frac{3VE}{X_d} \sin \delta + \frac{3V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta,$$

$$P = \frac{3VE}{X_d} \sin \delta + \frac{3V^2(X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin 2\delta, \quad P = \frac{3VE}{X_d} \sin \delta + \frac{3V^2(X_d - X_q)}{X_d X_q} \sin \delta \cos \delta$$

\dots \text{(答)}

(3)



小問(1)で示したフェーザ図より、無負荷誘導起電力は以下のように表せる。

$$E = X_d I_d + \sqrt{V^2 - (X_q I_q)^2}$$

また、電機子電流の d 軸成分、q 軸成分の大きさは、

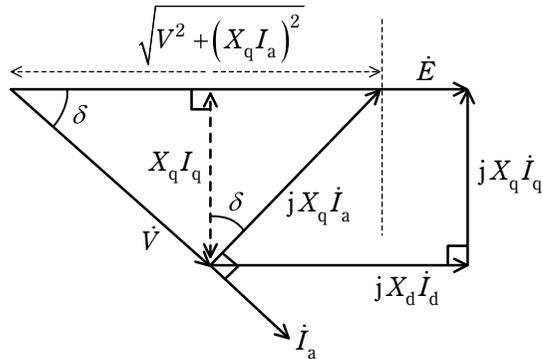
$$I_d = I_a \sin(\delta + \phi)$$

$$I_q = I_a \cos(\delta + \phi)$$

$$E = X_d I_a \sin(\delta + \phi) + \sqrt{V^2 - [X_q I_a \cos(\delta + \phi)]^2}$$

$$E_1 = 0.9 \times 200 \times \frac{1}{2} + \sqrt{400^2 - \left(0.7 \times 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = 471.18 \rightarrow 471 \text{ V} \dots \text{(答)}$$

- (4) 電機子抵抗を無視し、力率=1であることから、フェーザ図は次のように表すことができる。ここで、 \dot{I}_a に直交する $j\dot{I}_a$ を考えると、フェーザ図中に $jX_q\dot{I}_a$ が描ける。



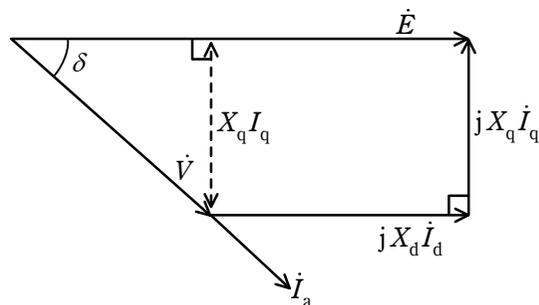
フェーザ図より,

$$\sqrt{V^2 + (X_q I_a)^2} \sin \delta = X_q I_a$$

$$\sin \delta = \frac{X_q I_a}{\sqrt{V^2 + (X_q I_a)^2}}$$

$$\sin \delta = \frac{0.7 \times 200}{\sqrt{400^2 + (0.7 \times 200)^2}} = 0.33035 \rightarrow 0.330 \dots (\text{答})$$

【(4)別解】



電機子電流の d 軸成分，q 軸成分の大きさは，

$$I_d = I_a \sin \delta$$

$$I_q = I_a \cos \delta$$

フェーザ図より，

$$V \sin \delta = X_q I_q$$

I_q の代わりに $I_a \cos \delta$ を用いて表せば，

$$V \sin \delta = X_q I_a \cos \delta$$

$\cos^2 \delta = 1 - \sin^2 \delta$ であるから，

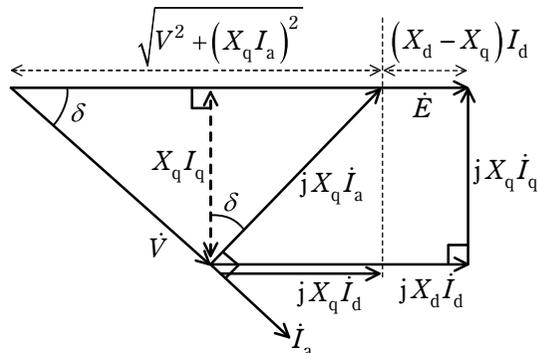
$$\left(\frac{V}{X_q I_a} \sin \delta \right)^2 = 1 - \sin^2 \delta$$

よって，

$$\sin \delta = \frac{X_q I_a}{\sqrt{V^2 + (X_q I_a)^2}}$$

$$\sin \delta = \frac{0.7 \times 200}{\sqrt{400^2 + (0.7 \times 200)^2}} = 0.33035 \rightarrow 0.330 \dots \text{ (答)}$$

(5)



フェーザ図中に $jX_q \dot{I}_a$ の横軸の成分 $jX_q \dot{I}_d$ を描くと， $jX_q \dot{I}_d$ と $jX_d \dot{I}_d$ ， \dot{E} の関係から，次の式を導くことができる。

$$E = \sqrt{V^2 + (X_q I_a)^2} + (X_d - X_q) I_d$$

ここで、 $I_d = I_a \sin \delta$ であるから、

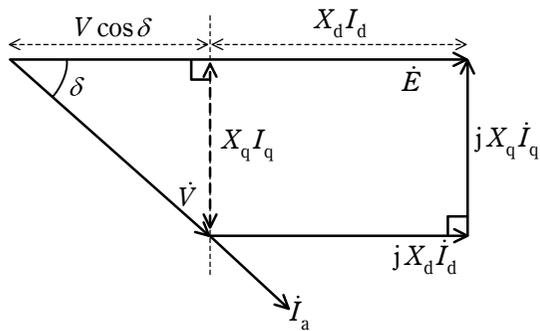
$$E = \sqrt{V^2 + (X_q I_a)^2} + (X_d - X_q) I_a \sin \delta$$

よって、

$$E_2 = \sqrt{400^2 + (0.7 \times 200)^2} + (0.9 - 0.7) \times 200 \times 0.33035 = 437.01 \quad \rightarrow \quad 437 \text{ V}$$

・・・ (答)

【(5)別解】



フェーザ図に \dot{V} の横軸成分を描くと、無負荷誘導起電力は以下のように表すことができる。

$$E = V \cos \delta + X_d I_d$$

$I_d = I_a \sin \delta$ であるから、

$$E = V \sqrt{1 - \sin^2 \delta} + X_d I_a \sin \delta$$

よって、

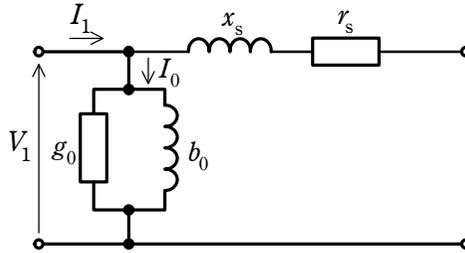
$$E_2 = 400 \sqrt{1 - 0.33035^2} + 0.9 \times 200 \times 0.33035 = 437.01 \quad \rightarrow \quad 437 \text{ V}$$

・・・ (答)

[問2の標準解答]

(1)

【等価回路】

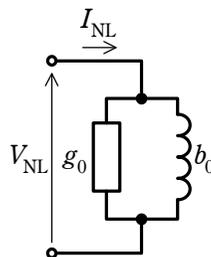


(2)

【 g_0 , b_0 の導出】

二次端子を開放した無負荷試験において、入力した電力はすべて鉄損が消費するとの仮定より、二次回路には電流は流れておらず、回路が存在しないと考えることができる。また、仮定により、無負荷試験での入力電流 I_{NL} は、ごく小さな値なので、それによる一次巻線抵抗による銅損は無視できると考えられる。すなわち、電流は励磁回路の電流 I_0 のみが流れており、励磁回路の電流は測定電流と等しく、 $I_0 = I_{NL}$ と考えることができる。

したがって、図に示すような等価回路となり、無負荷試験の入力電力は励磁コンダクタンス g_0 の消費電力と考えることができる。



このような考え方のもとで、次のように g_0 を求めることができる。

$$g_0 = \frac{P_{NL}}{V_{NL}^2} \text{ [S]}$$

この結果を使って、次のように励磁サセプタンス b_0 を求めることができる。

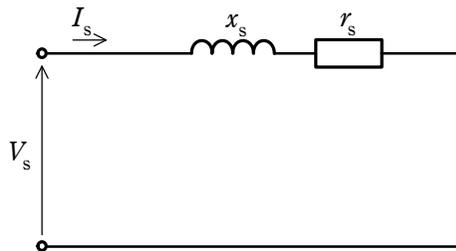
$$b_0 = \sqrt{\left(\frac{I_{NL}}{V_{NL}}\right)^2 - g_0^2} = \sqrt{\left(\frac{I_{NL}}{V_{NL}}\right)^2 - \left(\frac{P_{NL}}{V_{NL}^2}\right)^2} \quad [\text{S}]$$

(別解)

$$b_0 = \sqrt{\left(\frac{I_{NL}}{V_{NL}}\right)^2 - \left(\frac{I_{NL}^2}{P_{NL}}\right)^2} \quad [\text{S}]$$

【 r_s , x_s の導出】

短絡試験においては励磁電流を無視すると仮定が与えられていることは、 $I_0 = 0$ である。すなわち励磁回路が存在しないと考えることができ、図に示すような r_s , x_s の直列回路になる。



したがって、短絡試験における測定電流は r_s に流れる電流と考えることができる。したがって、短絡試験の入力電力は一次側換算全巻線抵抗 r_s の消費電力と考えることができる。これより、測定値から次のように r_s を求めることができる。

$$r_s = \frac{P_s}{I_s^2} \quad [\Omega]$$

この結果を使って、次のように x_s を求めることができる。

$$x_s = \sqrt{\left(\frac{V_s}{I_s}\right)^2 - r_s^2} = \sqrt{\left(\frac{V_s}{I_s}\right)^2 - \left(\frac{P_s}{I_s^2}\right)^2} \quad [\Omega]$$

[問3の標準解答]

- (1) 電気角で 60° に相当する時間後に通電している可能性があるサイリスタは、相順に従って、次のサイリスタ $T1 \rightarrow T3$ か $T6 \rightarrow T2$ である。この内、後者はサイリスタ $T1$ と $T2$ の上下2アームにオン信号が与えられることであり、これは定常状態では間違いであるので、前者が正しい。したがって、電気角で 60° に相当する時間後に通電しているサイリスタは $T3$ と $T6$ である。

- (2) 直流電圧 v_d の平均値 V_d は、

$$V_d = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{-\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{\pi}{6} + \alpha} \sqrt{2}V \cos \theta d\theta = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V \cos \alpha = 1.35V \cos \alpha \cdots (\text{答})$$

- (3) 電源の有効電力 P_a は、直流電流が一定値 I_d であるため、

$$P_a = P_d = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_d i_d d\theta = V_d I_d = 1.35V I_d \cos \alpha \cdots (\text{答})$$

- (4) 電源の基本波皮相電力 S_a は、線間電圧実効値が V 、線電流の基本波実効値が

$$I_{a1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_d \text{ であるので、}$$

$$S_a = \sqrt{3}V I_{a1} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V I_d = 1.35V I_d \cdots (\text{答})$$

- (5) $S_a = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2}$ であり、小問(3)の有効電力 P_a は基本波による有効電力である

ので、基本波による電源からの遅れの無効電力 Q_a は、

$$Q_a = \sqrt{S_a^2 - P_a^2} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V I_d \sin \alpha = 1.35V I_d \sin \alpha \cdots (\text{答})$$

(6) 無効電力ゼロの運転では $\sin \alpha = 0$ であるので、 $\cos \alpha = 1$ となり、純抵抗 R にかかる電圧 V'_d は $V'_d = 1.35V$ となる。このときの負荷の電力 P'_d は次式となる。

$$P'_d = \frac{V_d'^2}{R} = \frac{1.82V^2}{R} \dots (\text{答})$$

[問4の標準解答]

(1) $a = 20$ としたとき、伝達関数は、

$$G(s) = \frac{1000}{s^2 + 20s + 100} \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

であるから、周波数伝達関数は、

$$G(j\omega) = \frac{1000}{(j\omega)^2 + 20(j\omega) + 100} = \frac{1000}{(100 - \omega^2) + j20\omega} \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

となる。ベクトル軌跡が虚軸と交差するのは実部=0のときであるから、

$$100 - \omega^2 = 0 \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

を $\omega > 0$ の条件で解いて、

$$\omega = 10 \text{ rad/s} \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

を得る。このときの周波数伝達関数は、④式を②式に代入して、

$$G(j10) = \frac{1000}{0 + j20 \times 10} = \frac{1000}{j200} \times \frac{j}{j} = -j5 \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

と求まるので、ゲイン $|G(j10)|$ は 5 である。 . . . (答)

(2) $a = 20$ としたとき、伝達関数は、

$$G(s) = \frac{1000}{s^2 + 20s + 100} = \frac{1000}{(s+10)^2} = \frac{10}{\left(1 + \frac{1}{10}s\right)^2} \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

と書くことができる。⑥式を

$$G(s) = G_1(s)G_2^2(s) \dots \dots \dots \textcircled{7}$$

に分解すれば、 $G_1(s) = 10$ 、 $G_2(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{10}s}$ である。

$G_1(s)$ のゲイン g_1 [dB] は,

$$g_1 = 20 \log_{10} 10 = 20 \text{ dB} \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

で一定となる。また, $G_2(s)$ を折れ線近似したときのゲイン g_2 [dB] は, 折れ点角周波数 $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$ より低い角周波数では 0 dB で, ω_0 より高い角周波数においては, -20 dB/dec の傾きをもつ直線となる。

題意の 100 rad/s は, ω_0 の 10 倍であるから, この間に g_2 は 20 dB 減少する。よって, ⑦式より, $G(s)$ を折れ線近似したときのゲイン g [dB] は 40 dB 減少することになる。したがって,

$$20 - 40 = -20 \text{ dB} \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

より, 角周波数が 100 rad/s であるときの折れ線近似したときのゲインは -20 dB と求められる。・・・ (答)

【(2) 別解】

折れ点角周波数 $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$ よりも 1 dec 高い角周波数である 100 rad/s のときのゲインを求めるので, $G(s) = \frac{1000}{s^2}$ と近似して良い。

$$G(j100) = \frac{1000}{-10000} = -\frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} g(100) &= 20 \log_{10} \left| -\frac{1}{10} \right| \\ &= 20 \log_{10} 10^{-1} \\ &= -20 \text{ dB} \dots\dots \text{(答)} \end{aligned}$$

(3) $a = 10$ としたとき, 伝達関数は,

$$G(s) = \frac{1000}{s^2 + 10s + 100} \dots\dots\dots \textcircled{10}$$

なので, 周波数伝達関数は,

$$G(j\omega) = \frac{1000}{(100 - \omega^2) + j10\omega} \dots\dots\dots \textcircled{11}$$

である。

よって, ゲイン $|G(j\omega)|$ は,

$$|G(j\omega)| = \frac{1000}{\sqrt{(100 - \omega^2)^2 + 100\omega^2}}$$

$$= \frac{1000}{\sqrt{\omega^4 - 100\omega^2 + 10000}} \dots\dots\dots \textcircled{12}$$

..... (答)

となる。

(4) 題意より,

$$f(x) = x^2 - 100x + 10000 \dots\dots\dots \textcircled{13}$$

であることがわかる。 $f(x)$ を平方完成すると,

$$f(x) = (x - 50)^2 + 7500 \dots\dots\dots \textcircled{14}$$

となるから, $x = 50$ のとき最小値 7500 をとる。..... (答)

(5) したがって, $|G(j\omega)|$ の最大値 M_p は,

$$M_p = \frac{1000}{\sqrt{7500}} = 11.547 \rightarrow 11.5 \dots\dots\dots \textcircled{15}$$

..... (答)

である。また, 最大となるときの角周波数 ω_p は, $\omega_p > 0$ から,

$$\omega_p = \sqrt{50} = 7.0711 \rightarrow 7.07 \text{ rad/s} \dots\dots\dots \textcircled{16}$$

..... (答)

と求まる。