

配点：一題当たり 30 点

電力・管理科目 4 題×30 点=120 点

機械・制御科目 2 題×30 点= 60 点

<電力・管理科目>

[問1の標準解答]

(1) 実施目的

深夜などの軽負荷時に系統側の進み負荷が過剰となり系統電圧が上昇する。そこで系統側で発生する過剰な無効電力を、タービン発電機の励磁電流を下げ進相運転を行うことで吸収し、系統電圧の上昇を抑制するのが目的である。

(2) 進相運転時の留意点

- ① 内部誘導起電力が低くなるため、同期化力が減少し、定態安定度が低下する。
- ② 漏れ磁束が固定子端部に通りやすくなり渦電流が増え、発電機固定子鉄心端部が過熱する。
- ③ 端子電圧低下により所内電圧が異常に低下する。

(3) 発電所における対策

以下の対策から二つ記載されていればよい。

- ① 高速度 AVR を設置し端子電圧の変動を少なくさせ定態安定度を向上させるとともに、不足励磁制限装置により下限値設定を行う。
- ② 所内電圧が異常に低下しないように所内変圧器に負荷時タップ切換器を設置して安全運転範囲内にする。
- ③ 非磁性保持環、鉄心の段落とし、磁束シャントなどの採用により、固定子鉄心端部を通る漏れ磁束を低減する。
- ④ 非磁性押え板、押え板の銅板シールド、鉄心端部のスリットなどの採用により固定子鉄心端部の渦電流を低減する。

[問2の標準解答]

- (1) 基準電圧 500 kV, 基準容量は 1 000 MV・A に対応する基準インピーダンス Z_b , 基準アドミタンス Y_b は下式となる。

$$Z_b = \frac{500^2}{1\,000} = 250 \, \Omega$$

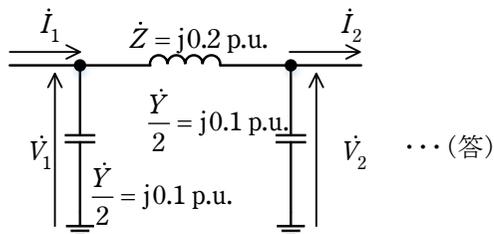
$$Y_b = \frac{1}{Z_b} = 4.0 \times 10^{-3} \, \text{S}$$

したがって, 単位法で表した π 形等価回路の直列インピーダンス \dot{Z} , 並列アドミタンス $\frac{\dot{Y}}{2}$ は, 下式で表される。

$$\dot{Z} = \frac{j \frac{0.50}{2} \times 200}{250} = j0.2 \, \text{p.u.} \quad \dots (\text{答})$$

$$\frac{\dot{Y}}{2} = \frac{1}{2} \frac{j 2.0 \times 10^{-6} \times 2 \times 200}{4.0 \times 10^{-3}} = j0.1 \, \text{p.u.} \quad \dots (\text{答})$$

したがって, π 形等価回路は下図となる。



- (2) 上記の π 形等価回路より電圧については,

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + j0.2(\dot{I}_2 + j0.1\dot{V}_2)$$

が成り立つが, 同式を整理することにより次式が得られる。

$$\dot{V}_1 = 0.98\dot{V}_2 + j0.2\dot{I}_2 \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

一方, 電流については,

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + j0.1(\dot{V}_1 + \dot{V}_2) \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つため、①式を②式に代入すれば下式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + j0.1(0.98\dot{V}_2 + j0.2\dot{I}_2 + \dot{V}_2) \\ &= j0.198\dot{V}_2 + 0.98\dot{I}_2 \end{aligned}$$

したがって、 \dot{V}_1 、 \dot{I}_1 と \dot{V}_2 、 \dot{I}_2 の関係を表す式は下式となる。

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.98 & j0.2 \\ j0.198 & 0.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \cdots \cdots \text{(答)}$$

(3) 変圧器容量が 500 MV・A であるため、その漏れリアクタンスは系統容量基準で 30 % となる。変圧器の等価回路を考えれば、この場合の求めるべき式は下式となる。

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{I}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & j0.30 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} \cdots \cdots \text{(答)}$$

(4) 小問(2)及び(3)で得られた(2×2)行列は四端子行列であることを考慮すれば、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{I}_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & j0.30 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.98 & j0.2 \\ j0.198 & 0.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0.9206 & j0.494 \\ j0.198 & 0.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

したがって、無負荷($\dot{I}_2 = 0$)のときには、

$$\dot{V}_0 = 0.9206\dot{V}_2$$

が成り立つことから、求めるべき $|\dot{V}_2|$ は下式となる。

$$\begin{aligned} |\dot{V}_2| &= \frac{1.05}{0.9206} \\ &= 1.1406 \\ &\approx 1.14 \text{ p.u. } \cdots \text{(答)} \end{aligned}$$

[問3の標準解答]

(1)

a) 全変圧器負荷容量が L のときの変圧器 n 台運転時の1台当たりの銅損 P_{c1} とおくと、

$$P_{c1} = \left(\frac{L}{P_n} \right)^2 \times P_{c0} = \frac{L^2 P_{c0}}{P_n^2 n^2} \dots \dots \dots (1)$$

... (答)

b) n 台運転時の全損失 W_n は,

$$W_n = n \left(P_i + \frac{L^2 P_{c0}}{P_n^2 n^2} \right) = nP_i + nP_{c0} \left(\frac{L}{nP_n} \right)^2 \dots \dots \dots (2)$$

... (答)

c) $(n-1)$ 台で運転したときの全損失 W_{n-1} は, (2) 式の n に $(n-1)$ を代入し,

$$W_{n-1} = (n-1)P_i + (n-1)P_{c0} \left(\frac{L}{(n-1)P_n} \right)^2 \dots \dots \dots (3)$$

... (答)

d) $W_{n-1} < W_n$ のときに題意を満たすことから, (2) 式及び(3)式より,

$$(n-1)P_i + (n-1)P_{c0} \left(\frac{L}{(n-1)P_n} \right)^2 < nP_i + nP_{c0} \left(\frac{L}{nP_n} \right)^2 \dots \dots \dots (4)$$

整理して,

$$\frac{1}{(n-1)n} P_{c0} \left(\frac{L}{P_n} \right)^2 < P_i \dots \dots \dots (5)$$

$n=3$ を代入して L について整理し, L は正値であることから,

$$L < P_n \sqrt{\frac{6P_i}{P_{c0}}} \dots \dots \dots (6)$$

... (答)

e) 定格電流を I_0 とおき①式及び②式並びに題意より, 次式が成立する。

$$k = \frac{\sqrt{3}VI_0\varepsilon}{\sqrt{3}VI_0\varepsilon + 2P_i} \dots \dots \dots (7)$$

したがって, 変圧器の鉄損 P_i は,

$$P_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}VI_0\varepsilon}{k} - \sqrt{3}VI_0\varepsilon \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}VI_0\varepsilon}{2} \left(\frac{1}{k} - 1 \right)$$

ここで, $P_n = \sqrt{3}VI_0$ より,

$$\begin{aligned}
 P_i &= \frac{P_n \varepsilon}{2} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \\
 &= \frac{P_n \varepsilon (1-k)}{2k} \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

②式, (8)式より, 変圧器の銅損 P_{c0} は,

$$\begin{aligned}
 P_{c0} &= \frac{1}{\varepsilon^2} P_i \\
 &= \frac{P_n}{2\varepsilon} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \\
 &= \frac{P_n (1-k)}{2\varepsilon k} \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

f) (6)式に(8)式及び(9)式を代入して,

$$\begin{aligned}
 L &< \sqrt{6} P_n \sqrt{\frac{P_i}{P_{c0}}} \\
 L &< \sqrt{6} P_n \sqrt{\frac{P_n \varepsilon (1-k)}{2k} \times \frac{2\varepsilon k}{P_n (1-k)}}
 \end{aligned}$$

ε は正值であることから

$$L < \sqrt{6} P_n \varepsilon \dots\dots\dots (答)$$

[問4の標準解答]

(1) 発電機の動揺方程式は次式で表される。

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

また、 P_e は次式で表される。

$$P_e = \frac{V_s V_r}{X} \sin \delta$$

P_m は短時間では変化しないが、 P_e は低下するため加速し、無限大母線の発電機との回転速度に差が生じ、 δ が拡大する。・・・(答)

過渡安定性が悪化する条件は、

- ・ M が小さいこと
- ・ 初期の δ が大きいこと
- ・ X が大きいこと

である。・・・(答)

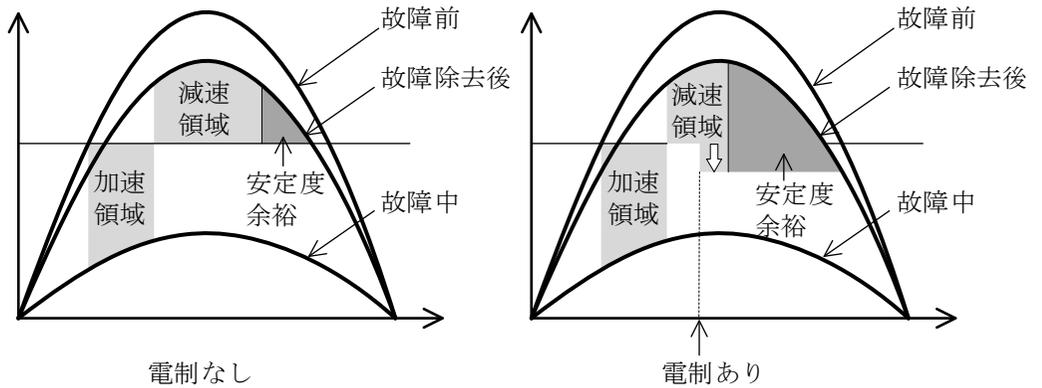
(2) 発電機加速の抑制策として、 P_e を加速時に大きくすること、故障除去を早くすることが必要である。具体的な対策方法は以下が挙げられる。(以下から3点)
 P_e を加速時に大きくする具体的な対策方法

- ・ 制動抵抗制御(SDR)
- ・ 超速応励磁で V_s を高める。
- ・ 励磁装置頂上電圧を引き上げる。
- ・ 調相設備で発電機と無限大母線間の電圧を高める。
- ・ 以下による X の低下。
 - ・ 系統電圧階級の引き上げ
 - ・ 直列コンデンサの挿入
 - ・ 多回線化、ループ化、中間開閉所の設置

故障除去を早くする具体的な対策方法

- ・ 保護リレー及び遮断器の高速化

(3)

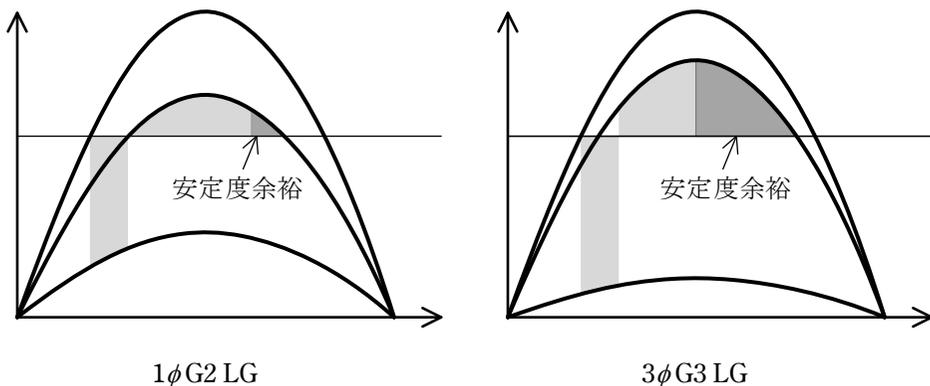


故障除去後の機械的入力を抑制することで過渡安定性が向上する。・・・(答)

電制により、周波数の低下や電圧上昇・低下が生じる可能性に留意が必要である。そのため、電制後の需給バランスに配慮した制御や、調相設備などの開閉による無効電力制御を合わせて実施する。・・・(答)

(4) 故障中の電力相差角曲線(P_e)は、 $1\phi G2LG$ の方が $3\phi G3LG$ よりも大きくなり、加速領域は小さくなる方向である。他方、故障除去後の電力相差角曲線(P_e)は1相が欠相状態となるため、1回線3相開放よりも送電電力は低下するため、減速領域は小さくなる方向である。

故障除去は高速(3~4 サイクル程度)で行い、再閉路は1秒程度で行うため、 $1\phi G2LG$ の減速領域の減少の影響が大きく、 $3\phi G3LG$ よりも過渡安定性が厳しくなる。・・・(答)



[問5の標準解答]

□ の番号	標準解答
(1)	酸素
(2)	絶縁破壊電圧
(3)	全酸価, 酸価, 酸価度
(4)	商用周波数
(5)	水酸化カリウム
(6)	絶縁紙
(7)	熱分解
(8)	クロマトグラフ
(9)	引張り強さ
(10)	フルフラーレン

(複数ある標準解答は、いずれか記載されていればよい。)

[問6の標準解答]

(1) V結線なので、T1及びT2の皮相電力は、

$$\frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} = 17.3 \text{ kV}\cdot\text{A} \text{ となる。}$$

したがって、17.3 kV・A・・・(答)

(2) 三相負荷に供給しているときのベクトル図は、図aとなる。点oは三相負荷の中性点、 I_a は三相負荷のa相電流、 I_c はc相電流である。 I_a の大きさと I_c の大きさは等しく、

$$\frac{30\,000}{200\sqrt{3}} = 50\sqrt{3} = 86.603 \text{ A} \text{ である。}$$

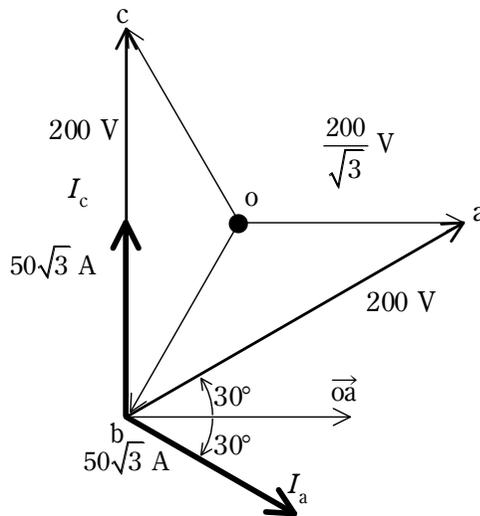


図 a

したがって、

・ T1の有効電力は、 $200 \times 86.603 \cos(60^\circ) = 8\,660.3 \text{ W} \doteq 8.66 \text{ kW}$ ・・・(答)

・ T1の無効電力は、 $200 \times 86.603 \sin(60^\circ) = 15\,000 \text{ var} = 15.0 \text{ kvar}$

15 kvar・・・(答)

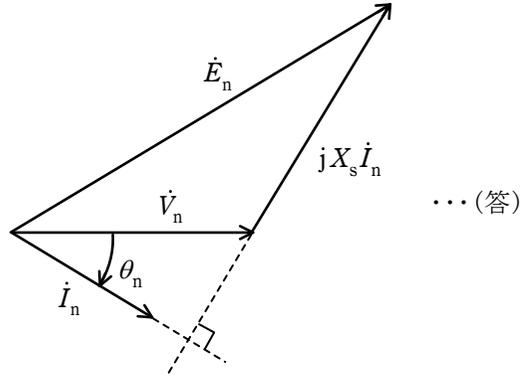
・ T2の有効電力は、 $200 \times 86.603 \cos(0^\circ) = 17\,321 \text{ W} \doteq 17.3 \text{ kW}$ ・・・(答)

・ T2の無効電力は、 $200 \times 86.603 \sin(0^\circ) = 0 \text{ kvar}$ ・・・(答)

<機械・制御科目>

[問1の標準解答]

(1)



…(答)

(2) 磁気飽和を無視すると無負荷時の端子電圧は E_n となるので,

$$\varepsilon = \frac{E_n - V_n}{V_n} \times 100 [\%] \quad \dots \text{(答)} \quad \text{①}$$

(3) フェーザ図より,

$$E_n = \sqrt{(V_n \cos \theta_n)^2 + (V_n \sin \theta_n + X_s I_n)^2}$$

$$= \sqrt{V_n^2 + (X_s I_n)^2 + 2V_n X_s I_n \sin \theta_n} \text{ [p.u.]} \quad \dots \text{(答)} \quad \text{②}$$

①式に②式を代入して,

$$\varepsilon = \frac{E_n - V_n}{V_n} \times 100 = \frac{\sqrt{V_n^2 + 2V_n X_s I_n \sin \theta_n + (X_s I_n)^2} - V_n}{V_n} \times 100$$

$$= \left[\sqrt{1 + 2 \frac{X_s I_n}{V_n} \sin \theta_n + \left(\frac{X_s I_n}{V_n} \right)^2} - 1 \right] \times 100 [\%] \quad \dots \text{(答)} \quad \text{③}$$

(4)

- a. ③式に $V_n=1$, $X_s=1.25$, $I_n=1$, $\sin\theta_n=\sqrt{1-(0.8)^2}=0.6$ を代入して,

$$\varepsilon = \left(\sqrt{1+2 \times 1.25 \times 0.6 + (1.25)^2} - 1 \right) \times 100 = 101.56 \%$$

102 % …(答)

- b. ③式の $\sin\theta_n$ を $\sin\theta(=0)$ に変更し, $V_n=1$, $X_s=1.25$, $I_n=1$, $\sin\theta=0$ を代入して,

$$\varepsilon' = \left(\sqrt{1+2 \times 1.25 \times 0 + (1.25)^2} - 1 \right) \times 100 = 60.078 \%$$

60.1 % …(答)

- c. 力率が遅れ 80% の場合では電機子反作用中に減磁作用成分が含まれるが, 力率が 100% では電機子反作用は交差磁化作用となる。このため端子電圧を 1 p.u. にするための界磁電流すなわち無負荷誘導起電力は, 力率 100% より遅れ力率 80% の場合の方が大きくなり, 電圧変動率 ε は遅れ力率 80% の場合の方が大きくなる。

- (5) $\varepsilon=50\%$ とするためには, $E_n=1.5$ であればよい。

$E_n=1.5$ となる発電機の同期リアクタンスを X_{s1} として, ②式に, $V_n=1$, $I_n=1$ 及び $\sin\theta_n=0.6$ を代入すると,

$$E_n = \sqrt{V_n^2 + (X_{s1} I_n)^2} + 2V_n X_{s1} I_n \sin\theta_n = \sqrt{1 + X_{s1}^2 + 2X_{s1} \times 0.6}$$

$$E_n^2 = X_{s1}^2 + 1.2X_{s1} + 1 = 1.5^2 \quad \rightarrow \quad X_{s1}^2 + 1.2X_{s1} - 1.25 = 0$$

$$X_{s1} > 0 \text{ より, } X_{s1} = \frac{-1.2 + \sqrt{1.2^2 + 4 \times 1.25}}{2} = 0.66886$$

$$\therefore X_{s1} = 0.66886$$

0.669 p.u. …(答)

[問2の標準解答]

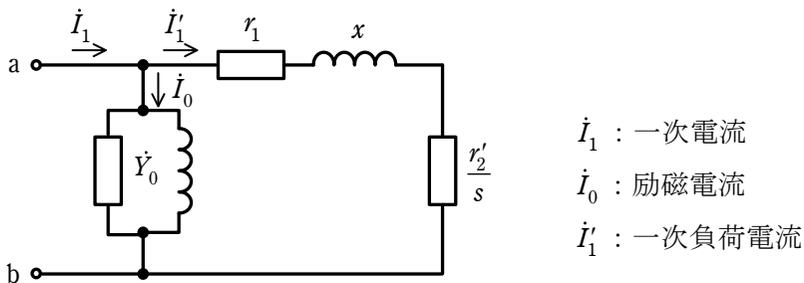
(1) 同期速度 N_0 は、電源周波数 $f = 50 \text{ Hz}$ 、極数 $P = 4$ であるから、

$$N_0 = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 50}{4} = 1500 \text{ min}^{-1} \quad \dots (\text{答})$$

このときの滑り s は、回転速度 $N = 1590 \text{ min}^{-1}$ であるので、

$$s = \frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{1500 - 1590}{1500} = -0.06 \quad \dots (\text{答})$$

(2) 図の等価回路において、各部を流れる電流を以下の図のようにおくと、



等価回路より、

$$\begin{aligned} \dot{I}_1' &= \frac{V/\sqrt{3}}{\left(r_1 + \frac{r_2'}{s}\right) + jx} = \frac{200/\sqrt{3}}{\left(0.285 + \frac{0.285}{-0.06}\right) + j1.05} = \frac{115.47}{-4.465 + j1.05} \\ &= \frac{115.47}{4.465^2 + 1.05^2} (-4.465 - j1.05) = \frac{115.47}{21.039} (-4.465 - j1.05) \\ &= 5.4884 (-4.465 - j1.05) = -24.506 - j5.7628 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\therefore |\dot{I}_1'| = \sqrt{24.506^2 + 5.7628^2} = 25.174 \text{ A}$$

$$I_1'^2 = |\dot{I}_1'|^2 = 24.506^2 + 5.7628^2 = 633.75$$

これより、等価回路における電動機としての機械的な出力を P_m とすると、

$$P_m = 3I_1'^2 \cdot \frac{(1-s)r_2'}{s} = 3 \times 633.75 \times \frac{(1+0.06)0.285}{-0.06} = -9572.8 \text{ W} \rightarrow -9.57 \text{ kW} \quad \dots (\text{答})$$

[(2)の別解]

$$2 \text{ 次入力 } P_2 = 3 \cdot \frac{r_2'}{s} I_1'^2 = 3 \times \frac{0.285}{-0.06} \times 633.75 = -9\,030.9$$

$$P_m = (1-s)P_2 = (1+0.06) \times (-9\,030.9) = -9\,572.8 \rightarrow -9.57 \text{ kW} \cdots (\text{答})$$

(3) 電動機トルク T は、上記で求めた P_m を用いて求めると、

$$T = \frac{P_m}{\omega} = \frac{P_m}{\frac{2\pi}{60} N} = \frac{-9\,572.8}{\frac{2\pi}{60} \times 1\,590} = -57.522 \rightarrow -57.5 \text{ N}\cdot\text{m} \cdots (\text{答})$$

ここで、 T の負符号は、発生するトルクが制動トルクであることを示す。

(4) 等価回路より、入力電力を P_{IN} とし、誘導電動機の銅損 P_c 及び鉄損（無負荷損） P_i を求めると、

$$P_c = 3I_1'^2 (r_1 + r_2') = 3 \times 633.75 \times (0.285 + 0.285) = 1\,083.7 \text{ W}$$

$$P_i = \text{Re} \left[3 \left(\frac{V}{\sqrt{3}} \right)^2 \dot{Y}_0 \right] = \text{Re} [V^2 \dot{Y}_0] = \text{Re} \left[200^2 \cdot \frac{1}{0.625 + j15.5} \right]$$

$$= 200^2 \times \frac{0.625}{0.625^2 + 15.5^2} = \frac{200^2 \times 0.625}{240.64} = 103.89 \text{ W}$$

したがって、

$$P_{\text{IN}} = P_c + P_i + P_m = 1\,083.7 + 103.89 - 9\,572.8 = -8\,385.2 \rightarrow -8.39 \text{ kW}$$

ここで、 P_{IN} の負符号は電源側に回生されることを表すので、求める回生される電力 P_r は 8.39 kW である。…(答)

[(4)の別解]

等価回路より、

$$\dot{I}_0 = V/\sqrt{3} \cdot \dot{Y}_0 = \frac{200/\sqrt{3}}{0.625 + j15.5} = \frac{200/\sqrt{3}}{0.625^2 + 15.5^2} (0.625 - j15.5)$$

$$= \frac{200/\sqrt{3}}{240.64} (0.625 - j15.5) = 0.479\,84 (0.625 - j15.5) = 0.299\,9 - j7.437\,5 \text{ A}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_0 = (-24.506 - j5.762\,8) + (0.299\,9 - j7.437\,5) = -24.206 - j13.200 \text{ A}$$

上式から \dot{I}_1 の有効分の大きさ $I_1 \cos \theta$ は -24.206 である。よって、入力電力 P_{IN} は、

$$P_{IN} = 3(V/\sqrt{3})(I_1 \cos \theta) = 3 \times (200/\sqrt{3}) \times (-24.206) = -8385.2 \rightarrow -8.39 \text{ kW}$$

ここで、 P_{IN} の負符号は電源側に回生されることを表すので、求める回生される電力 P_r は 8.39 kW である。…(答)

[問3の標準解答]

(1) 解図，最大値 V_s ，最小値 $-V_s$

(2) 各相で成り立つ式は、

$$v_u - v_n = Ri_u + L \frac{di_u}{dt}$$

$$v_v - v_n = Ri_v + L \frac{di_v}{dt}$$

$$v_w - v_n = Ri_w + L \frac{di_w}{dt}$$

であり、辺々加えて整理すると、

$$v_u + v_v + v_w - 3v_n = R(i_u + i_v + i_w) + L \frac{d}{dt}(i_u + i_v + i_w)$$

となる。ここで、

$$i_u + i_v + i_w = 0$$

であることから、

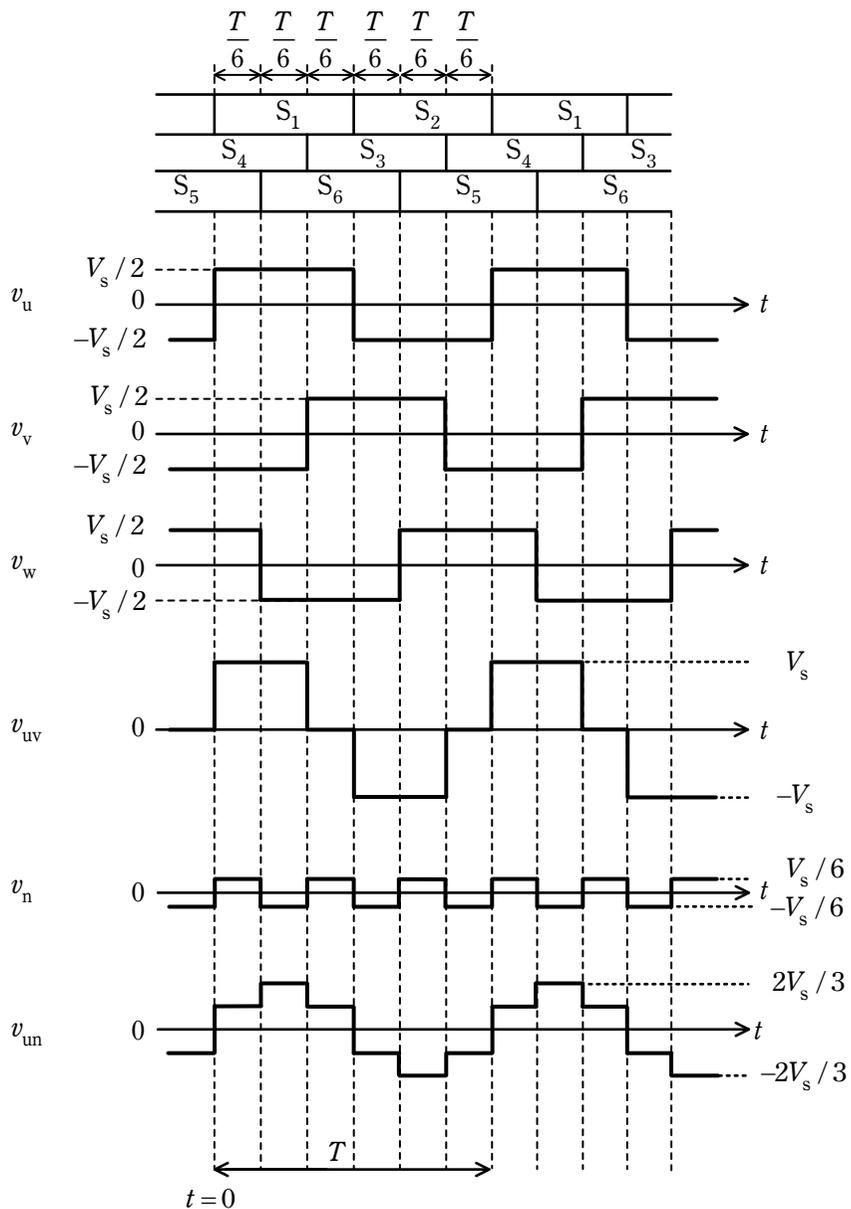
$$v_n = \frac{v_u + v_v + v_w}{3} \dots (\text{答})$$

と求められる。

(3) 解図，最大値 $\frac{V_s}{6}$ ，最小値 $-\frac{V_s}{6}$

(4) 解図，最大値 $\frac{2}{3}V_s$ ，最小値 $-\frac{2}{3}V_s$

- (5) 直流電源から見てインバータのスイッチは6回切り替わり、三相平衡負荷の場合にはどの区間であっても同じ波形になる。したがって、 i_s に含まれる変動の繰り返しの周波数は $\frac{6}{T}$ である。



解図

[問4の標準解答]

(1) まず、 $Z(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数 $T_{YZ}(s)$ を計算する。

$$T_{YZ}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{K_2}{s+1}} = \frac{1}{s+1+K_2}$$

よって、求める伝達関数は、

$$T_{YR}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_1}{s} \times \frac{1}{s+1+K_2}}{1 + \frac{K_1}{s} \times \frac{1}{s+1+K_2}} = \frac{K_1}{s^2 + (1+K_2)s + K_1} \cdots \cdots \text{(答)} \quad \text{①}$$

である。

(2) 二次遅れ要素の標準形は、

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdots \cdots \text{②}$$

で表されるから、①式と②式を等しくおいて係数比較することで、

$$K_1 = \omega_n^2 = 10^2 = 100 \quad \cdots \cdots \text{(答)}$$

$$K_2 = 2\zeta\omega_n - 1 = 2 \times 0.5 \times 10 - 1 = 9 \quad \cdots \cdots \text{(答)}$$

を得る。

(3) 図から次式が成り立つ。

$$E(s) = R(s) - Y(s) \cdots \cdots \text{③}$$

$$Y(s) = \frac{K_1}{s} \times \frac{1}{s+1+K_2} \times E(s) \cdots \cdots \text{④}$$

③式と④式から、

$$R(s) = E(s) + \frac{K_1}{s} \times \frac{1}{s+1+K_2} \times E(s)$$

$$\therefore R(s) = \left[1 + \frac{K_1}{s^2 + (1+K_2)s} \right] E(s) = \frac{s^2 + (1+K_2)s + K_1}{s^2 + (1+K_2)s} E(s)$$

となる。したがって、

$$T_{ER}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + (1 + K_2)s}{s^2 + (1 + K_2)s + K_1}$$

を得る。上式に $K_1 = 100$, $K_2 = 9$ を代入して,

$$T_{ER}(s) = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} \quad \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

..... (答)

となる。

[(3)の別解]

図から,

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$Y(s) = T_{YR}(s)R(s)$$

なので,

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - T_{YR}(s)R(s) = [1 - T_{YR}(s)]R(s) \\ &= \left[1 - \frac{K_1}{s^2 + (1 + K_2)s + K_1} \right] R(s) = \frac{s^2 + (1 + K_2)s}{s^2 + (1 + K_2)s + K_1} R(s) \end{aligned}$$

となる。したがって,

$$T_{ER}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + (1 + K_2)s}{s^2 + (1 + K_2)s + K_1}$$

を得る。上式に $K_1 = 100$, $K_2 = 9$ を代入して,

$$T_{ER}(s) = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

となる。

(4) 目標値を単位ランプ変化させるので, $r(t) = t, t \geq 0$ である。これをラプラス

変換して $R(s) = \frac{1}{s^2}$ となる。また, ⑤式より,

$$E(s) = T_{ER}(s)R(s) = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} R(s)$$

であるから, 上式に $R(s) = \frac{1}{s^2}$ を代入して,

$$E(s) = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s^2} = \frac{s + 10}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s} \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

になる。

ここで、ラプラス変換の最終値の定理を適用すれば、定常速度偏差 e_v は、次式のように求めることができる。

$$\begin{aligned} e_v &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \times \frac{s + 10}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s + 10}{s^2 + 10s + 100} = \frac{1}{10} \dots\dots \text{(答)} \end{aligned}$$

(5) ⑥式を部分分数に展開する。

$$E(s) = \frac{s + 10}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s} = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + 10s + 100} \right)$$

上式右辺をさらに変形して、

$$E(s) = \frac{1}{10} \left[\frac{1}{s} - \frac{s}{(s + 5)^2 + 75} \right] = \frac{1}{10} \left[\frac{1}{s} - \frac{(s + 5) - 5}{(s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2} \right] \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

とする。⑦式を逆ラプラス変換すると次のようになる。

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{1}{10} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} \right] - \frac{1}{10} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{(s + 5) - 5}{(s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2} \right] \\ &= \frac{1}{10} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} \right] - \frac{1}{10} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{s + 5}{(s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{5\sqrt{3}}{(s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2} \right] \\ &= \frac{1}{10} - \frac{1}{10} e^{-5t} \left(\cos 5\sqrt{3}t - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 5\sqrt{3}t \right) \dots\dots\dots \textcircled{8} \\ &\dots \text{(答)} \end{aligned}$$

⑧式から $e(\infty)$ は、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \\ &= \frac{1}{10} - \frac{1}{10} \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-5t} \left(\cos 5\sqrt{3}t - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 5\sqrt{3}t \right) = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

この $e(\infty)$ が e_v である。