

配点：一題当たり 30 点

電力・管理科目 4 題×30 点=120 点

機械・制御科目 2 題×30 点= 60 点

<電力・管理科目>

[問1の標準解答]

(1) 電力系統の事故により汽力発電ユニットが系統から分離した場合に実施される。ユニットを停止させることなく、所内負荷をもって運転を継続し、系統電圧の復帰を待って迅速に並列・出力上昇を行うことが目的である。

(2)

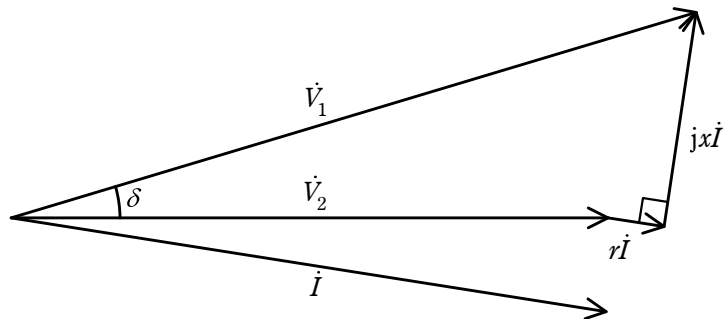
ボイラ設備：安定した燃焼状態を維持するために、出力に追従したバーナ本数制御、燃料、空気流量の絞り込みを行う。

タービン設備：ロータの寿命に影響を与えるような温度変化が起きないように、蒸気温度を維持する。

電気設備：所内負荷である補機電動機の運転が継続できるように、定格周波数、定格電圧を維持する。

[問2の標準解答]

(1)



(2)

$$P + jQ = \dot{V}_1 \bar{I} \dots\dots\dots ①$$

となるため、

$$\dot{I} = \frac{(P + jQ)}{\dot{V}_1} \dots\dots\dots ②$$

から、

$$\dot{I} = \frac{P - jQ}{\dot{V}_1} \dots\dots\dots ③$$

…(答)

(3)

(1)のベクトル図から、

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + (r + jx)\dot{I} \dots\dots\dots ④$$

③式を④式に代入して、

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + (r + jx)\frac{P - jQ}{\dot{V}_1} \dots\dots\dots ⑤$$

より、

$$V_1^2 = V_1 V_2 (\cos \delta - j \sin \delta) + (r + jx)(P - jQ) \dots\dots\dots ⑥$$

⑥式の実数部と虚数部から、

$$Pr + Qx = V_1 (V_1 - V_2 \cos \delta) \dots\dots\dots ⑦$$

$$-Qr + Px = V_1 V_2 \sin \delta \dots\dots\dots ⑧$$

したがって、

$$r = \frac{PV_1(V_1 - V_2 \cos \delta) - QV_1 V_2 \sin \delta}{P^2 + Q^2} \dots\dots\dots ⑨$$

…(答)

$$x = \frac{PV_1 V_2 \sin \delta + QV_1 (V_1 - V_2 \cos \delta)}{P^2 + Q^2} \dots\dots\dots ⑩$$

…(答)

(4)

⑦式、⑧式に代入して、

$$\sin \delta = 0.259 \dots\dots\dots (答)$$

$$\cos \delta = 0.966 \dots\dots\dots (答)$$

[問3の標準解答]

- (1) 受電端母線の電圧と受電端有効電力の関係(P - V カーブ)の概形を図1に示す。カーブの頂点(ノーズ)より電圧が高い側を電圧高め解, 低い側を電圧低め解と呼ぶ。

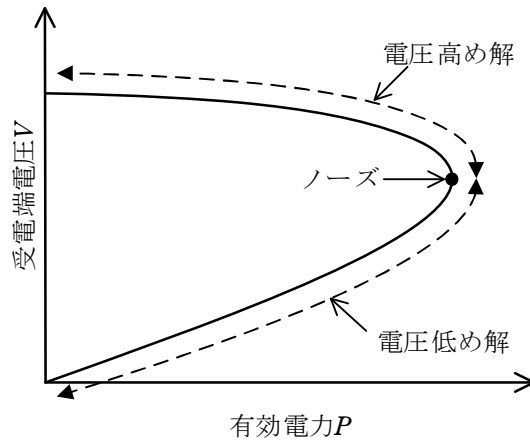


図1

- (2) 負荷消費電力 P_L は次式で表される。

$$P_L = \frac{n^2 V^2}{R}$$

このため次式が成り立つ。

$$V = \frac{\sqrt{R P_L}}{n} \dots (\text{答})$$

(3)

P_L - V 特性

負荷消費電力と受電端電圧は、上述の P - V カーブと P_L - V 特性を表すカーブの交点として定まる。このため、図 2 に示すように、負荷が比較的小さく (R が比較的大きく)、動作点が電圧高め解にあたる場合には、タップ比 n を増加すると負荷消費電力は増大する。抵抗負荷であるため、これは負荷端電圧 V_L が上昇することを表している。

しかし、図中に示すように、負荷が大き (R が小さい) 場合に、タップ比 n が大きくなると、動作点は電圧低め解となることがある。電圧低め解では、タップ比 n を増大すると受電端電圧とともに負荷消費電力が減少するが、これは負荷端電圧 V_L が低下することに対応する。これが変圧器タップの逆動作現象である。

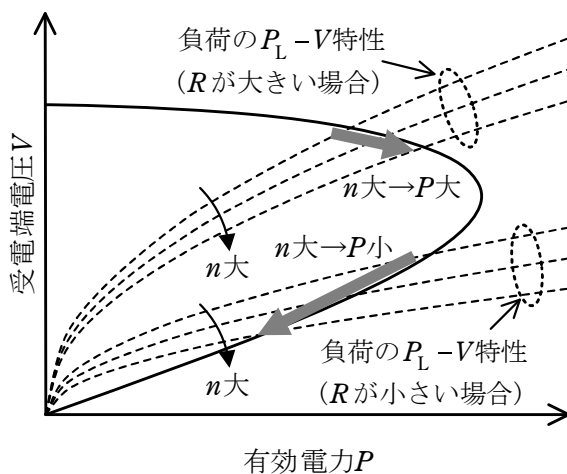


図 2

P_L - V_L 特性

負荷消費電力と負荷端電圧は、 P - V_L カーブと P_L - V_L 特性を表すカーブの交点として定まる。ここにタップ比 n を変化させた場合、図3のように、 P - V_L カーブは負荷端電圧がタップ比 n に応じて電圧方向に拡大・縮小した形状を呈する。

負荷が比較的小さい(R が比較的大きい)場合には、動作点が電圧高め解にあり、タップ比 n を増加すると負荷端電圧 V_L と負荷消費電力 P_L はともに増大する。

しかし、負荷が大きいの(R が小さい)場合には、動作点は電圧低め解となることがある。この場合、図中に示すように、タップ比 n を増大すると、負荷端電圧 V_L と負荷消費電力 P_L はともに減少する。これが変圧器タップの逆動作現象である。

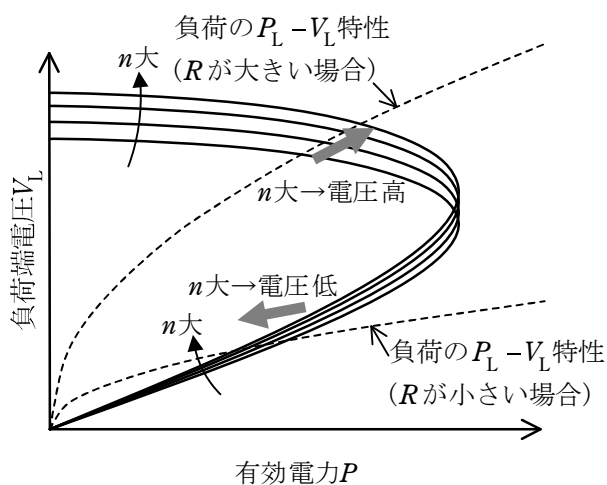


図3

[問4の標準解答]

(1)

F点までの1相あたりの電圧降下値がRyAが観測する電圧値となる。故障点では三相地絡しているので、電圧降下値は、区間Aでは $\dot{Z}_1 \dot{I}_1$ [V]、区間Bでは $0.4 \times \dot{Z}_2 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$ [V]、故障点Fでは $\dot{Z}_F (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3)$ [V]である。

したがって、 $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 + 0.4 \times \dot{Z}_2 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \dot{Z}_F (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3)$ [V]・・・(答)

(2)

RyAが測定する故障点Fまでのインピーダンスの大きさは $\left| \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} \right|$ [Ω]である。

(1)の結果より、 $\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \dot{Z}_1 + 0.4 \times \dot{Z}_2 \left(1 + \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right) + \dot{Z}_F \left(1 + \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} + \frac{\dot{I}_3}{\dot{I}_1} \right)$ であるので、与え

られた数値を代入して計算する。

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{21 - j3.6}{30} = 0.7 - j0.12$$

$$\frac{\dot{I}_3}{\dot{I}_1} = \frac{15 - j3.9}{30} = 0.5 - j0.13$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} &= 0.35 + j2.0 + 0.4 \times (0.22 + j1.2) (1 + 0.7 - j0.12) + 0.10 (1 + 0.7 - j0.12 + 0.5 - j0.13) \\ &= 0.35 + j2.0 + 0.20720 + j0.80544 + 0.22 - j0.025 \\ &= 0.77720 + j2.7804 \Omega \end{aligned}$$

区間Aのインピーダンスの大きさとの比率を計算すると、

$$\frac{\left| \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} \right|}{\left| \dot{Z}_1 \right|} \times 100 = \frac{|0.7772 + j2.7804|}{|0.35 + j2.0|} \times 100 = \frac{2.8870}{2.0304} \times 100 = 142.19\%$$

これより、RyAの整定値は自区間(区間A)のインピーダンスに対して143%以上であればRyAは動作域にある。・・・(答)

[問5の標準解答]

(1) 単位容量を 100 MV·A, 単位電圧を 11 kV とする。

単位電流は,

$$\frac{100\,000}{\sqrt{3} \times 11\,000} = 5.248\,6 \text{ kA}$$

したがって, 発電機母線三相短絡時に主変圧器 11 kV 端子から流れ込む電流の大きさは,

$$\frac{5.248\,6}{0.09} = 58.318 \text{ kA}$$

∴ 主変圧器側から流れ込む電流 58.3 kA …(答)

発電機の正相インピーダンスの大きさは, 短絡比が 0.6 であるから,

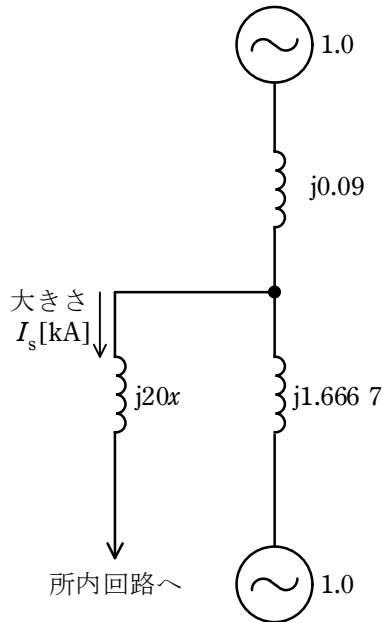
$$\frac{1}{0.6} = 1.666\,7 \text{ p.u.}$$

発電機母線三相短絡時に発電機から供給される電流は,

$$\frac{5.248\,6}{1.666\,7} = 3.149\,1 \text{ kA}$$

∴ 発電機側から流れ込む電流 3.15 kA …(答)

- (2) 所内変圧器の自己容量ベースのインピーダンスを x [p.u.]とする。100 MV・A ベースでは、 $20x$ [p.u.]となる。発電機の内部相差角を無視するので、所内母線で三相短絡が発生したときの 11 kV 母線の等価回路は、下図のようになる。



所内変圧器の 11 kV 端子を流れる短絡電流の大きさを I_s [kA]とすると、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{\frac{1}{0.09} + \frac{1}{1.6667}} = 0.085389$$

$$I_s = \frac{5.2486}{0.085389 + 20x} \quad [\text{kA}]$$

CB2 を流れる電流が 12.5 kA 以下でなければならないので、

$$\frac{11}{6.6} I_s = \frac{8.7477}{0.085389 + 20x} \leq 12.5$$

$$\therefore x \geq 0.030721$$

12.5 kA 以下とするためには、

3.08 % 以上としなければならない。…(答)

(3) 発電機接地抵抗を発電機側から見た抵抗値は、

$$0.21 \times \left(\frac{11\,000}{200} \right)^2 = 635.25 \, \Omega$$

したがって、発電機母線完全一線地絡発生時に流れる地絡電流の大きさは、

$$\frac{\frac{11\,000}{\sqrt{3}}}{635.25} = 9.9974 \, \text{A}$$

∴ 10.0 A・・・(答)

[問6の標準解答]

(1) 等価塩分とは、実際の汚損物による水の導電率と同一の値を示す食塩(塩化ナトリウム)の量であり、管理指標として用いられるのは、がいし類の汚損時の絶縁耐力が等価塩分付着密度ごとに決められているからである。

(2) これらの地域では、活線洗浄などを組み合わせて対策するのに比べ、過絶縁設計のみで対策すると、がいし類を長大化する必要があり、電圧が高いほど、技術的に実現が困難、又は非常に高価となり、不経済となるからである。

(3) 優れた性質は以下のいずれかが答えられていればよい。

- ・がいし類の表面に降りかかる水分をはじく、優れたはっ水性
- ・がいし類に付着した塩分を包み込むアメーバ作用

保守上注意すべき点

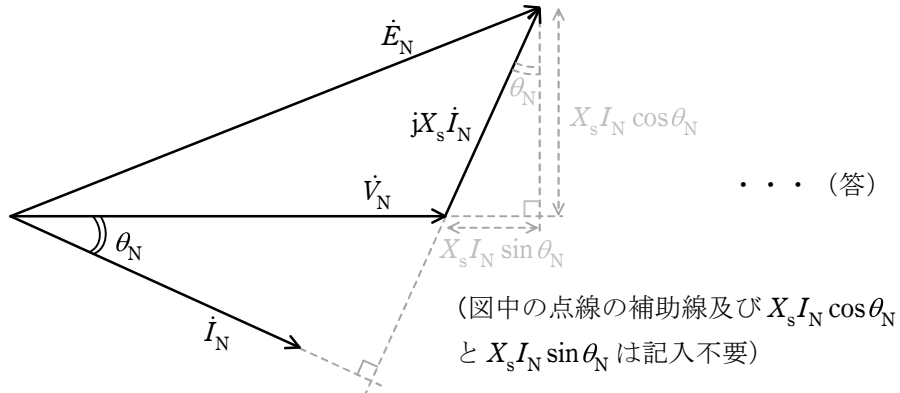
シリコンコンパウンドの寿命が1～2年と短く、通常の点検よりも多頻度で設備を停止して、清浄再塗布する必要がある。

<機械・制御科目>

[問1の標準解答]

(1)

a. フェーザ図



フェーザ図より,

$$E_N = \sqrt{(V_N + X_s I_N \sin \theta_N)^2 + (X_s I_N \cos \theta_N)^2}$$

$$= \sqrt{V_N^2 + 2V_N X_s I_N \sin \theta_N + (X_s I_N)^2}$$

また, $E_N = k I_{fN}$ より,

$$I_{fN} = \frac{1}{k} \sqrt{V_N^2 + 2V_N X_s I_N \sin \theta_N + (X_s I_N)^2} \text{ [p.u.] } \dots (\text{答})$$

b.

上記(1) a. で求めた式に $V_N = 1$, $I_N = 1$ 及び $X_s = 2$ を代入すると,

$$I_{fN} = \frac{1}{k} \sqrt{5 + 4 \sin \theta_N}$$

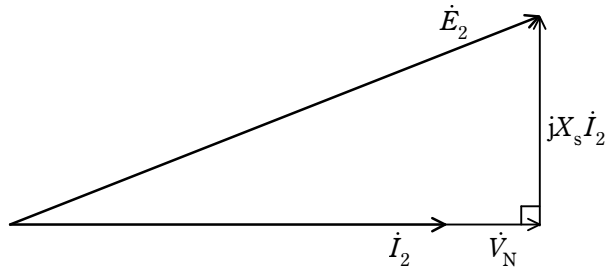
また, $Q_N = 0.6$, $S_N = 1$ より $\sin \theta_N = \frac{Q_N}{S_N} = 0.6$

$$\text{よって, } I_{fN} = \frac{\sqrt{7.4}}{k} = \frac{2.7203}{k}$$

$$I_{fN} = \frac{2.72}{k} \text{ [p.u.] } \dots (\text{答})$$

(2)

a. フェーザ図



... (答)

フェーザ図より, $E_2 = \sqrt{V_N^2 + (X_s I_2)^2}$, また $E_2 = k I_{f2}$ より,

$$I_{f2} = \frac{1}{k} \sqrt{V_N^2 + (X_s I_2)^2} \text{ [p.u.]} \quad \dots \text{ (答)}$$

b.

上記(2) a. で求めた式に $V_N = 1$, $X_s = 2$ を代入すると,

$$I_{f2} = \frac{1}{k} \sqrt{1 + 4I_2^2}$$

また, 無効電力が零, 及び $P_N = 0.8$ より $I_2 = \frac{P_N}{V_N} = 0.8$

$$\text{よって, } I_{f2} = \frac{1}{k} \sqrt{1 + 4 \times 0.8^2} = \frac{\sqrt{3.56}}{k} = \frac{1.8868}{k}$$

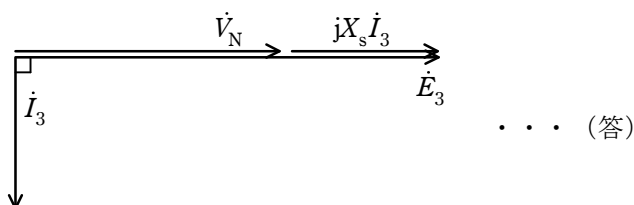
$$I_{f2} = \frac{1.89}{k} \text{ [p.u.]} \quad \dots \text{ (答)}$$

$$I_{fN} = \frac{2.7203}{k} \text{ より, } \frac{I_{f2}}{I_{fN}} = \frac{1.8868}{2.7203} = 0.69360$$

界磁電流 I_{f2} は定格時の I_{fN} の 69.4% ... (答)

(3)

a. フェーザ図



フェーザ図より, $E_3 = V_N + X_s I_3$, また $E_3 = k I_{f3}$ より,

$$I_{f3} = \frac{1}{k} (V_N + X_s I_3) \text{ [p.u.]} \quad \dots \text{ (答)}$$

b.

上記(3) a. で求めた式に $V_N = 1$, $X_s = 2$ を代入すると,

$$I_{f3} = \frac{1}{k} (1 + 2I_3)$$

また, 機械入力が零, 及び $Q_N = 0.6$ より $I_3 = \frac{Q_N}{V_N} = 0.6$

$$\text{よって, } I_{f3} = \frac{1}{k} (1 + 1.2) = \frac{2.2}{k}$$

$$I_{f3} = \frac{2.2}{k} \text{ [p.u.]} \quad \dots \text{ (答)}$$

$$I_{fN} = \frac{2.7203}{k} \text{ より, } \frac{I_{f3}}{I_{fN}} = \frac{2.2}{2.7203} = 0.80873$$

界磁電流 I_{f3} は定格時の I_{fN} の 80.9% \dots (答)

[問2の標準解答]

(1) 巻数比 a は, 定格一次電圧を V_{1n} , 定格二次電圧を V_{2n} とすると,

$$a = \frac{V_{1n}}{V_{2n}} = \frac{66000}{11000} = 6$$

高圧側(一次側)からみた励磁アドミタンスを Y_0 , 励磁コンダクタンスを g_0 ,

励磁サセプタンスを b_0 とし、低圧側から行った無負荷試験の場合、巻線抵抗と漏れリアクタンスの電圧降下を無視すると、

$$Y_0 = \frac{1}{a^2} \times \frac{I_{20}}{V_{20}} = \frac{1}{6^2} \times \frac{44}{11000} = 1.1111 \times 10^{-4} \text{ S}$$

$$g_0 = \frac{1}{a^2} \times \frac{P_{20}}{V_{20}^2} = \frac{1}{6^2} \times \frac{55000}{11000^2} = 1.2626 \times 10^{-5} \text{ S}$$

$$b_0 = \sqrt{Y_0^2 - g_0^2} = \sqrt{(1.1111 \times 10^{-4})^2 - (1.2626 \times 10^{-5})^2} = 1.1039 \times 10^{-4} \text{ S}$$

次に、高圧側を短絡して短絡試験を行った場合、この変圧器の高圧側(一次側)からみた等価巻線抵抗を R 、等価漏れリアクタンスを X 、漏れインピーダンスを Z とし、鉄損を無視すると、

$$Z = a^2 \times \frac{V_{2s}}{I_{2s}} = 6^2 \times \frac{660}{1364} = 17.419 \text{ } \Omega$$

$$R = a^2 \times \frac{P_{2s}}{I_{2s}^2} = 6^2 \times \frac{110 \times 10^3}{1364^2} = 2.1285 \text{ } \Omega$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{17.419^2 - 2.1285^2} = 17.288 \text{ } \Omega$$

したがって、図に示す簡易等価回路の各定数は以下のようにになる。

$$\left. \begin{array}{l} R = 2.13 \text{ } \Omega \\ X = 17.3 \text{ } \Omega \\ g_0 = 1.26 \times 10^{-5} \text{ S} \\ b_0 = 1.10 \times 10^{-4} \text{ S} \end{array} \right\} \dots (\text{答})$$

(2) 定格一次電流を I_{1n} とすると、

$$I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{15000 \times 10^3}{66 \times 10^3} = 227.27 \text{ A}$$

であるので、

$$p = \frac{RI_{1n}}{V_{1n}} \times 100 = \frac{2.1285 \times 227.27}{66000} \times 100 = 0.73295 \rightarrow 0.733 \% \quad \dots (\text{答})$$

$$q = \frac{XI_{1n}}{V_{1n}} \times 100 = \frac{17.288 \times 227.27}{66000} \times 100 = 5.9531 \rightarrow 5.95 \% \quad \dots (\text{答})$$

$$z = \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{0.73295^2 + 5.9531^2} = 5.9981 \rightarrow 6.00 \% \dots (\text{答})$$

(3) 題意の式を用いて

$$\begin{aligned} \varepsilon &= p \cos \theta + q \sin \theta + \frac{1}{200} (q \cos \theta - p \sin \theta)^2 \\ &= 0.73295 \times 0.8 + 5.9531 \times 0.6 + \frac{1}{200} (5.9531 \times 0.8 - 0.73295 \times 0.6)^2 \\ &= 4.2516 \rightarrow 4.25 \% \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

(4) 定格負荷時の銅損を P_{C0} とすると, $P_{C0} = RI_{1n}^2$ である。

効率を最大とするときの負荷率 (変圧器の定格容量に対する負荷の比) を k とすると, 銅損 = 鉄損の関係から,

$$\begin{aligned} k^2 P_{C0} &= P_i = P_{20} \\ k &= \sqrt{\frac{P_i}{P_{C0}}} = \sqrt{\frac{P_{20}}{RI_{1n}^2}} = \sqrt{\frac{55 \times 10^3}{2.1285 \times 227.27^2}} = 0.70730 \rightarrow 0.707 \end{aligned}$$

したがって, 力率 100% における負荷電力 P_L は k を用いて,

$$P_L = kV_{2n}I_{2n} \cos \phi = 0.70730 \times 15000 \times 10^3 = 10609500 \rightarrow 10610 \text{ kW} \quad \dots (\text{答})$$

よって, 力率 100% における最大効率 η_m は以下となる。

$$\begin{aligned} \eta_m &= \frac{kV_{2n}I_{2n} \cos \phi}{kV_{2n}I_{2n} \cos \phi + 2P_{20}} \times 100 \\ &= \frac{10609500}{10609500 + 2 \times 55 \times 10^3} \times 100 \\ &= 98.974 \rightarrow 99.0 \% \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

[問 3 の標準解答]

(1)

a. $I_{s1} = DI_0 \quad \dots (\text{答})$

b. 交流成分 i'_{s1} は電流 i_{s1} を下方向に DI_0 だけ平行移動したものである。

最大値は $I_{\max} = I_0 - DI_0 = I_0(1 - D) \quad \dots (\text{答})$

最小値は $I_{\min} = 0 - DI_0 = -DI_0 \quad \dots (\text{答})$

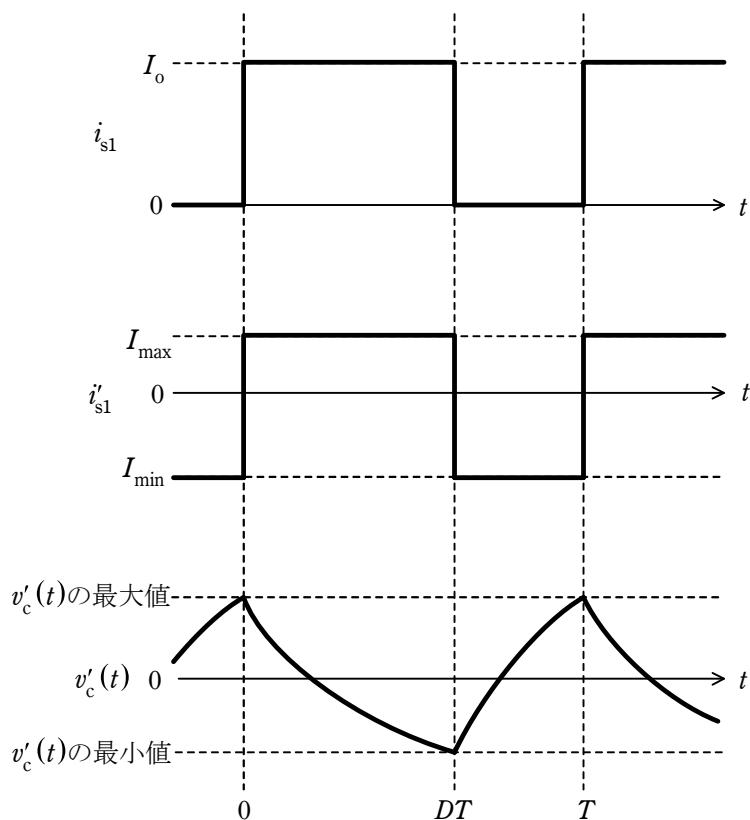
(2)

a. S_1 がオンの期間 ($0 \leq t < DT$) : 与えられた微分方程式より, $v_c'(t)$ は時定数 RC で指数関数的に減少する下に凸の波形である。

S_1 がオフの期間 ($DT \leq t < T$) : 与えられた微分方程式より, $v_c'(t)$ は時定数 RC で指数関数的に増加する上に凸の波形である。

題意より, $v_c'(t)$ は周期定常状態である。

以上より解答図を得る。



解答図

... (答)

b. 交流成分 $v'_c(t)$ の波形が三角波で近似できる場合は、各区間において指数関数が直線的である。

したがって、 $T \ll RC$ ……(答)

c. S_1 がオンの期間 ($0 \leq t < DT$) について、

$$v'_c(t) + RC \frac{dv'_c(t)}{dt} = -RI_{\max} \dots\dots\dots ①$$

を解く。右辺をゼロとした同次方程式を解くと、 A_1 を積分定数として、

$$v'_c(t) = A_1 \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \dots\dots\dots ②$$

が得られる。ここで $A_1 = A_1(t)$ とし、②式を①式に代入して整理すると、

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = -\frac{I_{\max}}{C} \exp\left(\frac{t}{RC}\right) \dots\dots\dots ③$$

となる。③式を積分すると、 A_2 を積分定数をとして

$$A_1(t) = -RI_{\max} \exp\left(\frac{t}{RC}\right) + A_2 \dots\dots\dots ④$$

が得られ、④式を②式へ代入すると、

$$v'_c(t) = -RI_{\max} + A_2 \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \dots\dots\dots ⑤$$

となる。初期値は

$$v'_c(0) = -RI_{\max} + A_2 > 0 \dots\dots\dots ⑥$$

であり、⑤式を整理すると、

$$v'_c(t) = -RI_{\max} \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \right] + v'_c(0) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \dots\dots\dots ⑦$$

が求まる。

$v'_c(t)$ を三角波で近似できるときは $T \ll RC$ であり $\exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \approx 1 - \frac{-t}{RC}$ を使

って近似すると、リップル幅 $\Delta v'_c = v'_c(0) - v'_c(DT)$ は、

$$\Delta v'_c = v'_c(0) - \left[-I_o(1-D)\frac{DT}{C} + v'_c(0) \left(1 - \frac{DT}{RC} \right) \right] = \frac{I_o(1-D)}{C} DT \dots\dots ⑧$$

と求まる。よって、

$$k = \frac{(1-D)DT}{C} \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

…(答)

が得られる。

(別解)

周期定常状態を三角波で近似できる場合には、微分方程式より、

$$\frac{dv'_c(t)}{dt} = \begin{cases} -\frac{I_{\max}}{C} (0 \leq t < DT) \\ -\frac{I_{\min}}{C} (DT \leq t < T) \end{cases}$$

である。これに (1) b の結果を代入すると、

$$\frac{dv'_c(t)}{dt} = \begin{cases} -\frac{(1-D)I_0}{C} (0 \leq t < DT) \\ \frac{DI_0}{C} (DT \leq t < T) \end{cases}$$

となる。 $0 \leq t < DT$ の期間を用いると、

$$\Delta v'_c = \int_0^{DT} \frac{dv'_c(t)}{dt} dt = v'_c(DT) - v'_c(0) = -\frac{(1-D)I_0}{C} DT$$

であるから、リップル幅 $\Delta v'_c = \frac{I_0(1-D)DT}{C}$ が得られる。

したがって、

$$k = \frac{(1-D)DT}{C} \dots \text{(答)}$$

が得られる。 $DT \leq t < T$ の期間を用いても同様である。

[問4の標準解答]

(1) $\overline{OQ} = |G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})| \quad \dots$ (答)

(2) $\overline{OQ} = |G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})|$ なので、題意から次式が成り立つ。

$$20 \log_{10} \frac{1}{|G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})|} = 20$$

ゆえに、

$$\log_{10} \frac{1}{|G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})|} = 1 = \log_{10} 10 \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

を満足すれば良いことがわかる。①式両辺の真数を等しくすることで、条件式は、

$$\frac{1}{|G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})|} = 10 \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

若しくは、

$$|G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})| = 0.1 \quad \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

... (答)

となる。

(3) 一巡周波数伝達関数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} G(j\omega)H(j\omega) &= \frac{K}{(1+j\omega)(1+j3\omega)(1+j7\omega)} \\ &= \frac{K}{(1-31\omega^2)+j(11\omega-21\omega^3)} \quad \dots \dots \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

$\omega = \omega_{cp}$ のとき $G(j\omega)H(j\omega)$ は実数となるので、④式の分母の虚部を零とする。

$$11\omega_{cp} - 21\omega_{cp}^3 = 0$$

を $\omega_{cp} > 0$ の条件で解いて、

$$\omega_{cp} = \sqrt{\frac{11}{21}} = 0.72375 \rightarrow 0.724 \text{ rad/s} \quad \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

... (答)

(4) ⑤式を④式に代入する。

$$G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp}) = \frac{K}{1-31\omega_{cp}^2} = \frac{K}{1-31 \times \frac{11}{21}} = -\frac{K}{15.238} \quad \dots\dots\dots ⑥$$

⑥式から、

$$\left|G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})\right| = \frac{K}{15.238} \quad \dots\dots\dots ⑦$$

であるので、③式と⑦式の右辺同士を等しくすることで、

$$\frac{K}{15.238} = 0.1 \quad \dots\dots\dots ⑧$$

となる。これを解いて、

$$K = 1.5238 \rightarrow 1.52 \quad \dots (\text{答})$$

を得る。

(5) 題意から $G(j\omega)H(j\omega)$ のベクトル軌跡が点 $-1+j0$ を通過するので、

$$\left|G(j\omega_{cp})H(j\omega_{cp})\right| = 1 \quad \dots\dots\dots ⑨$$

である。⑦式と⑨式の右辺同士を等しくすることで、

$$\frac{K}{15.238} = 1$$

となる。これを解いて、 $K = 15.238 \rightarrow 15.2 \quad \dots (\text{答})$

を得る。

(6) 閉ループ系の特性方程式は次式で与えられる。

$$1 + \frac{15.238}{(1+s)(1+3s)(1+7s)} = 0$$

分母を払って、

$$21s^3 + 31s^2 + 11s + 16.238 = 0 \quad \dots\dots\dots ⑩$$

となる。安定限界のときは、虚軸上に特性根がある。⑩式から特性根は原点上にはないので、純虚数の共役複素数であることがわかる。また、残りの特性根は負の実数である。よって、⑩式は次のように書くことができる。

$$(s^2 + \alpha)(21s + \beta) = 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad \text{.....} \quad \textcircled{11}$$

⑪式を展開する。

$$21s^3 + \beta s^2 + 21\alpha s + \alpha\beta = 0 \quad \text{.....} \quad \textcircled{12}$$

⑩式と⑫式の係数を比較することで、

$$\alpha = \frac{11}{21}, \beta = 31 \quad \text{.....} \quad \textcircled{13}$$

を得る。⑬式を⑪式に代入する。

$$\left(s^2 + \frac{11}{21}\right)(21s + 31) = 0 \quad \text{.....} \quad \textcircled{14}$$

⑭式から、閉ループ系特性根は次のように与えられる。

$$\lambda_{1,2} = \pm j\sqrt{\frac{11}{21}} = \pm j0.72375 \rightarrow \pm j0.724 \quad \cdots (\text{答})$$

$$\lambda_3 = -\frac{31}{21} = -1.4762 \rightarrow -1.48 \quad \cdots (\text{答})$$