

令和 2 年度

第 1 種
理 論

(第 1 時限目)

答案用紙記入上の注意事項等

1. マークシート（答案用紙）は機械で読み取りますので、濃度HBの鉛筆又はHBの芯を用いたシャープペンシルで濃く塗りつぶしてください。
色鉛筆やボールペンでは機械で読み取ることができません。

なお、訂正は「プラスチック消しゴム」できれいに消し、消しくずを残さないでください。

2. マークシートには氏名、生年月日、試験地及び受験番号を記入し、受験番号のマーク欄にはマークシートに印刷されているマーク記入例に従い、正しくマークしてください。

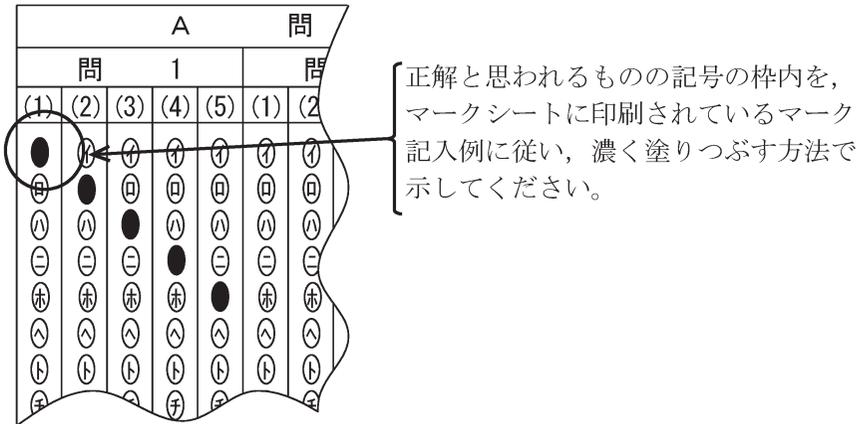
(受験番号記入例：0141R01234Aの場合)

受 験 番 号										
数 字			記号	数 字			数 字		記号	
0	1	4	1	R	0	1	2	3	4	A
●					●	○	○	○	○	●
○	●	○	●		○	●	○	○	○	○
○		○	○		○	○	●	○	○	○
○		○	○		○	○	○	●	○	○
○		●	○		○	○	○	○	○	○
○			○		○	○	○	○	○	○
○			○		○	○	○	○	○	○
○			○	●	○	○	○	○	○	○
○			○		○	○	○	○	○	○
○			○		○	○	○	○	○	○
○			○		○	○	○	○	○	○

3. マークシートの余白及び裏面には、何も記入しないでください。
4. マークシートは、折り曲げたり汚したりしないでください。

5. 解答は、マークシートの間番号に対応した解答欄にマークしてください。
- 例えば、問1の (1) と表示のある問に対して(イ)と解答する場合は、下の例のように問1の(1)の イ をマークします。
- なお、マークは各小間につき一つだけです。二つ以上マークした場合には、採点されません。

(マークシートへの解答記入例)



6. 問6と問7は選択問題です。どちらか1問を選択してください。選択問題は両方解答すると採点されません。

7. 問題文で単位を付す場合は、次のとおり表記します。

① 数字と組み合わせる場合

(例： 350 W $f=50$ Hz 670 kV·A)

② 数字以外と組み合わせる場合

(例： I [A] 抵抗 R [Ω] 面積は S [m^2])

(この問題は持ち帰ってください。また、白紙部分はメモ用紙として使用できます。)

次ページ以降は試験問題になっていますので、試験開始の合図があるまで、開いてはいけません。

試験問題に関する質問にはお答えできません。

A問題(配点は1問題当たり小問各2点, 計10点)

問1 次の文章は, 円板状の電荷分布が作り出す電界に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。なお, 電位は無限遠点を基準とする。

図1のように電荷が一様な面密度 σ (ただし $\sigma > 0$ とする)で分布した半径 a の薄い円板が真空中(誘電率 ϵ_0)に存在している。円板の厚みはその半径に比べて十分に薄いものとし, 円板の軸を z 軸とした円筒座標 (r, ϕ, z) を定め, 円板の中心を原点 $O(0, 0, 0)$ とする。

円板上の半径 r の位置における微小半径 dr , 微小角度 $d\phi$ の領域(面素)の面積は $dS = r dr d\phi$ と表されるので, この領域に含まれる電荷が z 軸上の点 $P(0, 0, z)$ (ただし $z > 0$ とする)に作る電位は,

$$dV = \frac{dr d\phi}{4\pi\epsilon_0} \times \text{} \quad (1)$$

となる。よって, 円板上の電荷全体が点 P に作る電位は,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \int_0^{2\pi} \int_0^a \text{} \quad (1) \quad dr d\phi$$

$$= \text{} \quad (2)$$

となる。なお, 必要であれば,

$$\frac{d}{dx} \sqrt{x^2 + 1} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

という関係式を用いてもよい。

(2) の結果を用いると, このとき点 P に形成される z 方向電界は,

$$E_{z1} = -\frac{dV}{dz} = \text{} \quad (3)$$

と求められる。

次に, 図2に示すように点 $Q(0, 0, d)$ (ただし $d > 0$ とする)を中心とした半径

a の十分に薄い円板上にも一様な面密度 $-\sigma$ で電荷が分布している場合を考える。
 点 P が点 O と点 Q の間にあるとすると、点 P の z 方向電界は重ね合わせにより、

$$E_{z2} = \boxed{(4)}$$

となる。二つの円板の半径 a が円板間距離 d に対して十分大きい場合には、円板間の電界は一様であるとみなせ、その大きさは $\boxed{(5)}$ となる。

z 軸の正の方向から
 見た拡大図

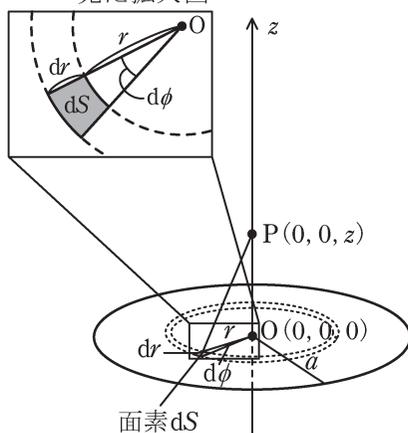


図 1

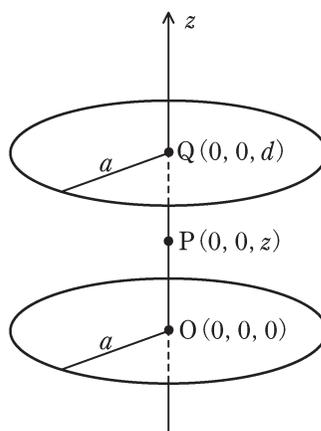


図 2

[問 1 の解答群]

- | | | |
|---|--|---|
| (イ) $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ | (ロ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z^2}{z^2 + a^2}$ | (ハ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[2 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} - \frac{d-z}{\sqrt{(d-z)^2 + a^2}} \right]$ |
| (ニ) $\frac{\sigma r}{z^2 + r^2}$ | (ホ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{a^2}{z^2 + a^2}$ | (ヘ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + a^2} - z)$ |
| (ヒ) $\frac{\sigma r}{\sqrt{z^2 + r^2}}$ | (ト) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ | (リ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z^2}{z^2 + a^2} - \frac{(d-z)^2}{(d-z)^2 + a^2} \right]$ |
| (ヌ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} z$ | (ル) $\frac{\sigma r}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$ | (レ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{a^2}{z^2 + a^2} - \frac{a^2}{(d-z)^2 + a^2} \right]$ |
| (ロ) 0 | (ハ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} a$ | (セ) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)$ |

問2 次の文章は、アンペア(アンペール)の周回積分の法則に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

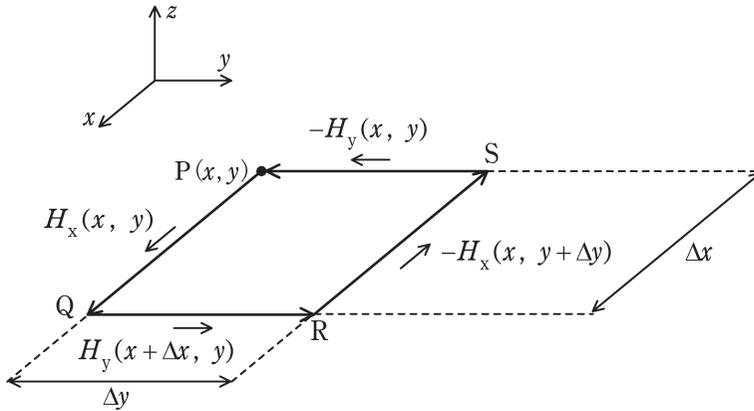
一般に、空間上の磁界ベクトルを \mathbf{H} 、 C を閉曲線、 $d\mathbf{l}$ を C 上の微小区間ベクトル、 I を C と鎖交する電流の総量とすると、アンペアの周回積分の法則は①式のようにになる。

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

ここで、直交座標空間上において、 z 軸の正方向に一樣な電流が流れている時の磁界 \mathbf{H} を考える。電流の面密度は J_z である。図のように、 z 軸と垂直で微小な長方形の積分路を仮定する。積分路は点 $P(x, y)$ から点 Q, R, S を経て点 P に戻る閉路であり、辺 PQ 及び RS の長さは Δx 、辺 QR 及び SP の長さは Δy である。また、 z 軸方向の磁界は 0 であるので、 $\mathbf{H} = (H_x(x, y), H_y(x, y), 0)$ とし、 $x-y$ 平面上で考える。

このとき、積分路 $PQRS$ を閉曲線 C として①式を適用する。まず辺 PQ を考え、 PQ に平行な PQ 上の磁界を $H_x(x, y)$ と近似すると、 PQ に沿った \mathbf{H} の線積分は (1) である。同様に、辺 QR, RS, SP に平行な磁界をそれぞれ $H_y(x + \Delta x, y)$ 、 $-H_x(x, y + \Delta y)$ 、 $-H_y(x, y)$ と近似すると、①式の左辺は (2) である。一方、①式の右辺は、この積分路に鎖交する電流 I なので (3) である。したがって、①式より (4) が導かれる。

$\Delta x, \Delta y$ をともに 0 に近づけると、電流密度ベクトルを \mathbf{J} としたときに (5) のように表されるアンペアの法則の微分形における z 方向成分と同じ式になる。



[問2の解答群]

$$(イ) \frac{H_y(x + \Delta x, y) - H_y(x, y)}{\Delta y} - \frac{H_x(x, y + \Delta y) - H_x(x, y)}{\Delta x} = J_z$$

$$(ロ) \frac{H_x(x, y)}{\Delta x} + \frac{H_y(x + \Delta x, y)}{\Delta y} - \frac{H_x(x, y + \Delta y)}{\Delta x} - \frac{H_y(x, y)}{\Delta y}$$

$$(ハ) H_x(x, y) \cdot \Delta y + H_y(x + \Delta x, y) \cdot \Delta x - H_x(x, y + \Delta y) \cdot \Delta y - H_y(x, y) \cdot \Delta x$$

$$(ニ) H_x(x, y) \cdot \Delta x + H_y(x + \Delta x, y) \cdot \Delta y - H_x(x, y + \Delta y) \cdot \Delta x - H_y(x, y) \cdot \Delta y$$

$$(ホ) \frac{H_y(x + \Delta x, y) - H_y(x, y)}{\Delta x} - \frac{H_x(x, y + \Delta y) - H_x(x, y)}{\Delta y} = J_z$$

$$(ヘ) \frac{H_y(x + \Delta x, y) - H_y(x, y)}{\Delta x \cdot \Delta y} - \frac{H_x(x, y + \Delta y) - H_x(x, y)}{\Delta x \cdot \Delta y} = J_z$$

$$(ト) H_x(x, y) \cdot \Delta x \quad (チ) \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (リ) J_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

$$(ツ) J_z \quad (ル) \frac{H_x(x, y)}{\Delta x} \quad (レ) \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$(ヲ) \operatorname{rot} \mathbf{J} = \mathbf{H} \quad (ロ) \frac{J_z}{\Delta x \cdot \Delta y} \quad (エ) H_x(x, y) \cdot \Delta y$$

問3 次の文章は、直流回路に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図のように R と $2R$ の2種類の抵抗を用いた回路がある。まず、全てのスイッチは0側に接続されているとする。図中の電流 I は節点 a で分流するが、このとき I_0 は (1) 。

また、図中の破線より右側の回路の合成抵抗 R_a は、

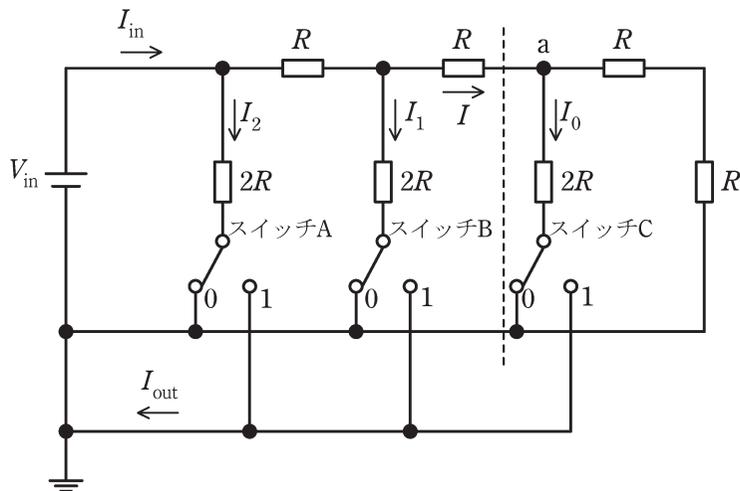
$$R_a = \text{ (2) }$$

であることから、 I_1 と I_0 の関係は、

$$I_1 = \text{ (3) }$$

となることがわかる。同様に計算すると、 I_{in} と I_0 の関係は、 $I_{in} = \text{ (4) }$ となる。

次に、各スイッチをデジタル信号により制御する。入力された3ビットの2進数の最上位ビットから順にスイッチA、B、Cに対応させ、各ビットの値に応じてスイッチを1側又は0側に接続する。例えば、2進数 $(110)_2$ が入力された場合、スイッチAを1側に、スイッチBを1側に、スイッチCを0側にそれぞれ接続する。スイッチの1側と0側はいずれも接地であるから、このときの I_{out} と I_0 の関係は、 $I_{out} = \text{ (5) }$ となる。このことから図の回路は入力されたデジタル信号に応じた電流を出力する回路であることがわかる。



[問3の解答群]

(イ) $9I_0$

(ロ) $4I_0$

(ハ) $5I_0$

(ニ) $8I_0$

(ホ) $3I_0$

(ヘ) R

(ト) I と等しい

(チ) $7I_0$

(リ) $\frac{1}{2}R$

(ヌ) I の $\frac{1}{3}$ となる

(ル) I の $\frac{1}{2}$ となる

(ヲ) $2I_0$

(ワ) $2R$

(カ) $16I_0$

(コ) $6I_0$

問4 次の文章は、回路の過渡現象に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図の回路は、直流電圧源 E 、抵抗 r 及び R 、インダクタンス L のコイルで構成されている。時刻 $t < 0$ でスイッチは開いており、コイルの磁束は零とする。 $t = 0$ でスイッチを閉じた。

$t \geq 0$ における抵抗 R の電圧 $v(t)$ はコイルの電圧と等しいので、コイルの電流を $i(t)$ とおくと、 $v(t) = \text{ (1)}$ である。したがって、回路の閉路 $E - r - R - E$ の電圧平衡の式は以下の式となる。

$$E = r \left[\frac{1}{R} \text{ (1)} + i(t) \right] + \text{ (1)} \dots\dots\dots \text{①}$$

ここで、回路の時定数を τ とすると、①式より $\tau = \text{ (2)}$ である。時定数 τ を使うと、 $t \geq 0$ での抵抗 R の電圧 $v(t)$ とコイルの電流 $i(t)$ の式は、それぞれ、

$$v(t) = v(0)e^{-t/\tau}, \text{ ただし, } v(0) = \text{ (3)}$$

$$i(t) = i(\infty)(1 - e^{-t/\tau}), \text{ ただし, } i(\infty) = \text{ (4)}$$

と表せる。

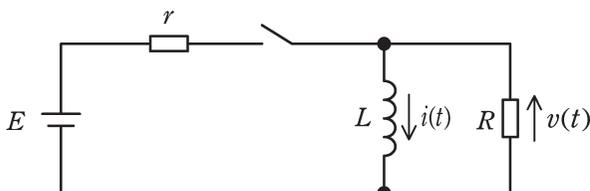
$t = 0$ から回路が定常状態となるまでに、抵抗 R が消費するエネルギーを J_R 、定常状態でコイルが保有する磁気エネルギーを J_L とおくと、

$$J_R = \int_0^{\infty} \frac{1}{R} v(t)^2 dt = \frac{1}{R} v(0)^2 \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{1}{R} v(0)^2 \frac{\tau}{2}$$

$$J_L = \frac{1}{2} Li(\infty)^2$$

となる。 J_R と J_L に (2) , (3) , (4) の式を代入すると、 $\frac{J_R}{J_L}$ は (5)

となる。



[問4の解答群]

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--|
| (イ) E | (ロ) $\frac{J_R}{J_L} = 1$ | (ハ) $\frac{J_R}{J_L} = \frac{R}{r}$ |
| (ニ) $L \frac{R+r}{Rr}$ | (ホ) $\frac{E}{R}$ | (ヘ) $\frac{L}{r}$ |
| (ヒ) $L \frac{d}{dt} i(t)$ | (フ) $\frac{ER}{R+r}$ | (ヨ) $\frac{E}{r}$ |
| (ヌ) $\frac{L}{R}$ | (ル) $Li(t)$ | (ヲ) $\frac{1}{L} \int_0^t i(\theta) d\theta$ |
| (ヘ) $\frac{Er}{R}$ | (リ) $\frac{E}{Rr}(R+r)$ | (ヱ) $\frac{J_R}{J_L} = \frac{r}{R+r}$ |

B問題(配点は1問題当たり計20点)

問5 次の文章は、三相交流回路に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図1のように、インダクタ L と可変抵抗 R から構成される Y 形不平衡負荷に対称三相交流電源が接続されている。線間電圧の大きさは $|\dot{E}_{ab}| = |\dot{E}_{bc}| = |\dot{E}_{ca}| = E$ 、電源の角周波数は ω である。

図1において、端子 A-B から見たテブナンの等価回路を考えれば、図2の等価回路が得られる。図2の等価回路において、インピーダンス $\dot{Z} =$ (1) であり、電源の電圧の大きさ $|\dot{V}| =$ (2) である。

図2において、可変抵抗 R を流れる電流 \dot{I}_R の大きさは $|\dot{I}_R| =$ (3) となる。可変抵抗 R で消費される有効電力 $P_R =$ (4) であり、 (5) の条件が成立するとき、 P_R は最大となる。

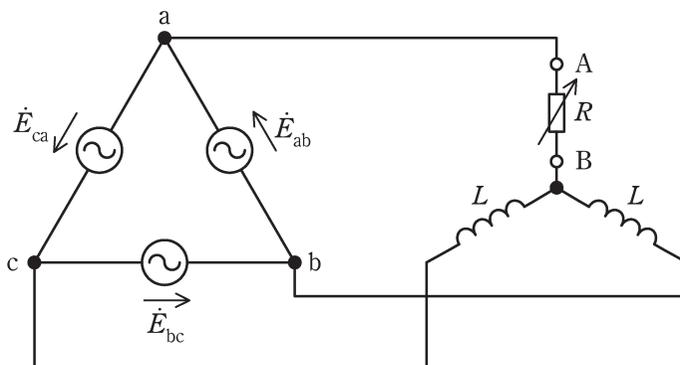


図1

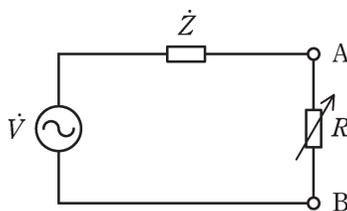


図2

[問 5 の解答群]

- (イ) $j2\omega L$ (ロ) $\frac{\frac{E}{\sqrt{3}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ (ハ) $\frac{\frac{E}{2}}{\sqrt{R^2 + (2\omega L)^2}}$
- (ニ) $R = 2\omega L$ (ホ) $\frac{E}{2}$ (ヘ) $\frac{\frac{\sqrt{3}E}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}}$
- (ト) $\frac{\frac{RE^2}{3}}{R^2 + (\omega L)^2}$ (チ) $R = \omega L$ (リ) $R = \frac{\omega L}{2}$
- (ヌ) $\frac{\frac{3RE^2}{4}}{R^2 + \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}$ (ル) $\frac{\frac{RE^2}{4}}{R^2 + (2\omega L)^2}$ (レ) $\frac{E}{\sqrt{3}}$
- (ヲ) $j\omega L$ (カ) $\frac{\sqrt{3}E}{2}$ (ケ) $j\frac{\omega L}{2}$

問6及び問7は選択問題であり、問6又は問7のどちらかを選んで解答すること。
両方解答すると採点されません。

(選択問題)

問6 次の文章は、真空中の電子電流に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

真空中で金属を加熱すると、熱エネルギーを得た電子が真空中に飛び出してくる熱電子放出を生じる。図は、電極Aから均一に熱電子が放出され、直流電圧 V_0 (>0) によって、電極Aから距離 L の位置にある電極Bに引き寄せられ、時間的に一定の電流密度 J が流れている様子を表している。図中の x 座標上の位置 x における電子の平均速度を $v(x)$ 、電荷密度を $\rho(x)$ とし、電位を $V(x)$ とする。ただし、 $V(0) = 0$ 、 $V(L) = V_0$ と定める。簡単のため、電子の速度は x 成分のみを持つものとし、また、電荷密度、電位は共に x 軸に垂直な面内で一様であるものと仮定する。電極は十分広く、端部効果は無視するものとする。この時、位置 x における電流密度 J は、電子の速度 $v(x)$ と電荷密度 $\rho(x)$ を用いて、次のように表される。

$$J = \text{ (1) } \dots\dots\dots \text{ ①}$$

また、 $V(x)$ と $\rho(x)$ の関係は、ポアソン方程式より以下のように表される。

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0} \dots\dots\dots \text{ ②}$$

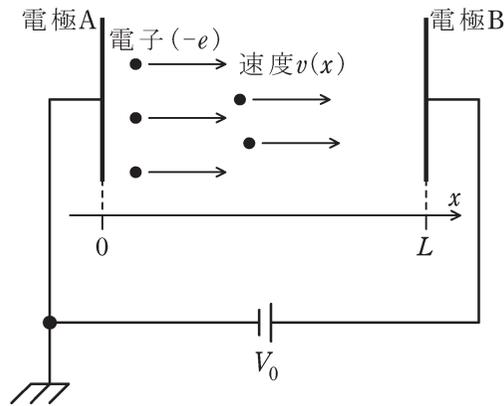
ただし、 ϵ_0 は真空の誘電率である。位置 x における電子の運動エネルギーは、電子の質量 m 及び速度 $v(x)$ を用いて (2) と表される。放出直後の速度を $v(0) = 0$ と近似すると、力学的エネルギー保存則より、

$$\text{ (2) } = eV(x) \dots\dots\dots \text{ ③}$$

が成り立つ。ただし、 e は電気素量を表す。①～③式より $v(x)$ と $\rho(x)$ を消去すると、電流密度の大きさ $|J|$ と、電位 $V(x)$ の関係は、次式で表される。

$$|J| = \text{ (3) } \sqrt{V(x)} \left| \frac{d^2V(x)}{dx^2} \right| \dots\dots\dots \text{ ④}$$

定常状態では、 J は位置 x によらず一定でなければならない(電流連続)。また、放出される電子の数が増加すると、電極 A の近傍が負に帯電するため、 $x=0$ における電界 $-\frac{dV(x)}{dx}$ が 0 に近づくことで電子放出が制限される。これらの条件を満たす電位分布は、 α, β を正の実定数として、 $V(x)=\alpha x^\beta$ のように表され、④式が x によらない条件として x の指数部を零とすると、 $\beta = \boxed{(4)}$ と求められる。また、 $V(L)=\alpha L^\beta = V_0$ から α が求まり、電流密度の大きさと印加電圧との関係として、 $|J| \propto V_0^\gamma$, $\gamma = \boxed{(5)}$ が導かれる。この関係は、熱電子放出電流を外部印加電圧により制御する基本原理となっている。



[問 6 の解答群]

- | | | | |
|-------------------|--|---------------------------------------|--|
| (イ) $\frac{1}{2}$ | (ロ) $mv(x)$ | (ハ) $\frac{1}{2}\rho(x)v(x)^2$ | (ニ) $\varepsilon_0\sqrt{\frac{2e}{m}}$ |
| (ホ) $\frac{2}{3}$ | (ヘ) $\frac{5}{3}$ | (ト) 2 | (フ) $\frac{1}{2}mv(x)^2$ |
| (リ) $\rho(x)v(x)$ | (ス) $\varepsilon_0\sqrt{\frac{2m}{e}}$ | (ル) $\frac{4}{3}$ | (ブ) $\frac{1}{2}m^2v(x)$ |
| (リ) $\frac{3}{2}$ | (カ) $\frac{1}{2}\rho(x)v(x)$ | (エ) $\sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{m}}$ | |

問 6 及び問 7 は選択問題であり，問 6 又は問 7 のどちらかを選んで解答すること。
両方解答すると採点されません。

(選択問題)

問 7 次の文章は，演算増幅器を用いた回路に関する記述である。文中の に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図 1 の回路において演算増幅器が理想的であるとき，演算増幅器の入力端子には電流が流れず，出力電圧 V_{out} は (1) V_{in} となる。

次に，演算増幅器の入力端子に直流電流 I_B が流れる場合を考える。ただし，演算増幅器のその他の特性は理想的であるとする。このとき，図 2 のように回路の入力端子を接地し $V_{in} = 0$ としても出力電圧は零とならず $V_{out-off}$ となる。この $V_{out-off}$ を求める。図 2 の非反転入力端子の電位 V_+ は，直流電流 I_B により，

$$V_+ = \text{ (2) } \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。一方，反転入力端子の電位 V_- は， R_1 と R_2 からなる回路において I_B と $V_{out-off}$ の重ねの理を考えることで，

$$V_- = \text{ (3) } I_B + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{out-off} \dots\dots\dots \text{②}$$

と得られる。 $V_+ = V_-$ であることを用いて①及び②式から V_+ と V_- を消去すると，

$$V_{out-off} = \text{ (4) } \dots\dots\dots \text{③}$$

が得られる。③式は演算増幅器の入力端子に直流電流 I_B が流れると入力電圧が零であっても出力電圧に直流電圧(オフセット電圧)が現れることを示している。③式より， $V_{out-off}$ を I_B によらず常に零とするためには，

$$R_3 = \text{ (5) }$$

とすれば良いことが分かる。

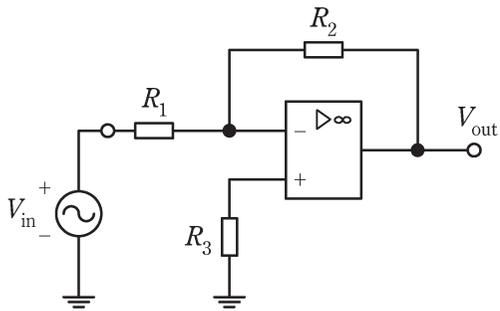


図 1

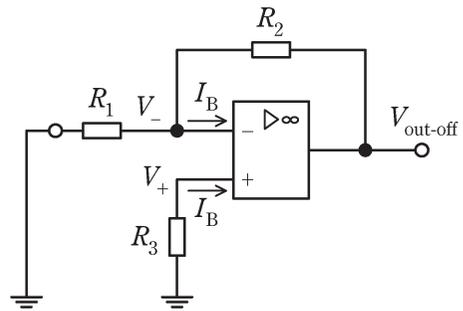


図 2

[問 7 の解答群]

- | | | |
|--|------------------------|---|
| (イ) $-R_2 I_B$ | (ロ) $-R_1$ | (ハ) $\frac{R_1 + R_2}{R_1} (R_1 + R_2 - R_3) I_B$ |
| (ニ) $R_1 + R_2$ | (ホ) R_1 | (ヘ) $-\frac{R_2}{R_1}$ |
| (ヒ) $-\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ | (フ) $-\frac{R_1}{R_2}$ | (ロ) $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ |
| (エ) $\frac{R_1 + R_2}{R_1} \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} - R_3 \right) I_B$ | (ル) $-(R_1 + R_2)$ | (ヲ) $\frac{R_1 + R_2}{R_1}$ |
| (ケ) $-R_3 I_B$ | (ヲ) $-R_1 I_B$ | (ヲ) $\frac{R_1 + R_2}{R_1} (R_1 - R_3) I_B$ |